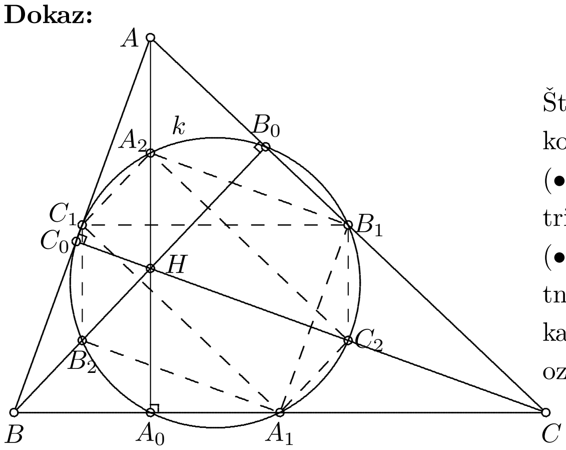
FAUERBACHOVA KROŽNICA - KROŽNICA DEVETIH TOČK

Izrek 1 *Naj bo v trikotniku ABC točka H višinska točka, točke A_1, B_1, C_1 razpolovišča stranic, točke A_0, B_0 in C_0 nožišča višin trikotnika ter točke A_2, B_2 in C_2 razpolovišča daljic AH, BH in CH. Vse te točke ležijo na skupni krožnici - Feuerbachovi krožnici.*

Dokaz:



Štirikotnik $A_1B_1A_2B_2$ je pravokotnik, saj velja :

(•) $\overline{A_1B_1} \parallel \overline{B_2A_2}$ (srednjici trikotnikov ABC in ABH)

(•) $\overline{A_1B_2}$ je srednjica trikotnika BCH. Sledi $\overline{A_1B_2} \parallel \overline{CH}$, kar pomeni, da je $\overline{A_1B_2} \perp \overline{AB}$ oziroma $\overline{A_1B_2} \perp \overline{A_2B_2}$.

Podobno pokažemo, da sta štirikotnika $B_1C_1B_2C_2$ ter $C_1A_1C_2A_2$ pravokotnika. Ker imata poljubna dva pravokotnika izmed treh naštetih skupno diagonalo, so včrtani neki skupni krožnici.

Potrebno je še pokazati, da so tudi točke A_0, B_0, C_0 na tej krožnici. Ker je $\overline{A_1A_2}$ diagonala včrtanega pravokotnika krožnici k, je $\overline{A_1A_2}$ premer te krožnice. Ker je $\overline{A_2A_0} \perp \overline{A_0A_1}$, je točka A_0 na krožnici k (Talesov izrek). Analogno velja za B_0 in C_0. $\square$