

Naloga 1

Nariši grafe kvadratnih funkcij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (izračunaj teme in ničli ter začetno vrednost), če je znan funkcijski predpis:

(a) $f_1(x) = x^2 - 4x + 3$

(c) $f_3(x) = 4x^2 - 4x + 1$

(e) $f_5(x) = \frac{x^2}{3} - x + \frac{2}{3}$

(b) $f_2(x) = -x^2 + 6x - 9$

(d) $f_4(x) = -3x^2 + 4x - 1$

(f) $f_6(x) = -2x^2 - 5x - 3$

(g) Nariši še grafe $|f_1(x)|, |f_2(-x)|, f_5(|x|)$

(h) Zapiši predpis za $g(x) = f_6(x - 1)$ in $h(x) = f_3(x + 1)$ ter ju nariši.

Naloga 2

(a) Določi kvadratno funkcijo, ki ima teme v $T(1, 5)$ in ima vodilni koeficient $a = -2$. Kje seka graf te funkcije ordinatno os?

(b) Določi kvadratno funkcijo, katere graf ima teme v $T(1, -2)$ in poteka skozi točko $A(3, 2)$.

(c) Določi kvadratno funkcijo, ki ima ničle v $x = 5$ in $x = -1$ ter velja $f(2) = 4$.

(d) Določi kvadratno funkcijo, ki ima ničlo v $x = 3$ in teme v $T(1, -2)$.

(e) Določi kvadratno funkcijo, ki ima ničle v ničlah funkcije $y = x^2 - 4x + 3$ in seka ordinatno os v -2 .

(f) Določi kvadratno funkcijo, ki ima teme v celoštevilski ničli funkcije $f(x) = -2x^2 + 6x - 4$ in poteka skozi teme te funkcije.

(g) Določi kvadratno funkcijo, ki ima teme v $T(2, -4)$ in poteka skozi točko $A(3, 1)$.

(h) Določi enačbo parabole, ki ima ničle v $x_1 = 3$ in $x_2 = -2$ ter poteka skozi točko $A(4, -3)$.

(i) Izračunaj vsoto in produkt ničel kvadratne funkcije, katere graf poteka skozi točke $A(1, 2)$, $B(-2, 11)$, $C(-1, 4)$

(j) Določi teme kvadratne funkcije, katere graf poteka skozi točke $A(3, -2)$, $B(-2, -12)$, $C(1, 0)$

(k) Določi najmanjšo vrednost kvadratne funkcije, če poteka njen graf skozi točke $A(0, 1)$, $B\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{3}\right)$, $C\left(-1, \frac{2}{3}\right)$

Naloga 3

V katerih točkah se sekata krivulji:

(a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $y = -x - 1$

(d) $f(x) = x^2 - 8x + 7$, $g(x) = x^2 - 1$

(b) $f(x) = -3x^2 - 2x + 1$, $y = -4x$

(e) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$, $g(x) = x^2 - 3x - 4$

(c) $f(x) = x^2 + 7x + 6$, $y = 2x + 2$

(f) $f(x) = x^2 + 1, g(x) = 2x^2$

(g) Nariši grafa (a) in (d) v koordinatni sistem ter preveri rešitev še grafično.

Naloga 4

(a) Določi parameter a , da bo parabola $f(x) = ax^2 - 2x - 5$ imela največjo vrednost $y = -2$. Za kateri x zavzame funkcija to vrednost?

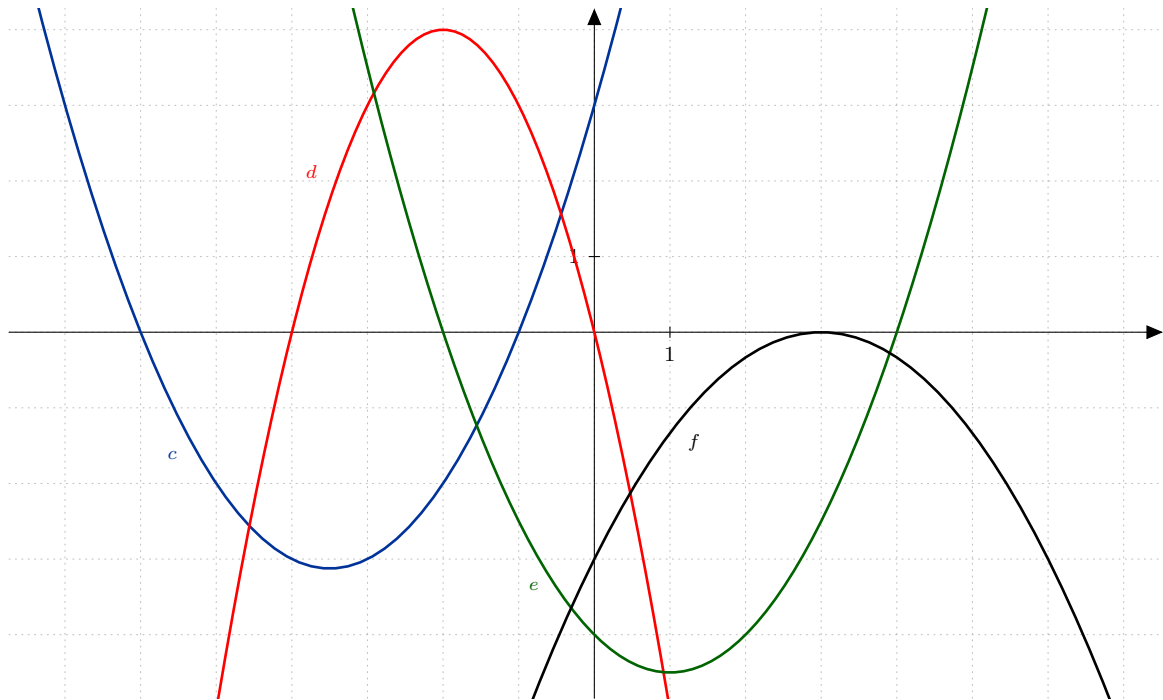
(b) Določi parameter a , da bo parabola $f(x) = ax^2 - (2a + 1)x + 2(a + 1)$ imela ekstremno vrednost v $x = 2$. Kakšna je tam funkcijska vrednost? Je to maksimum ali minimum?

Naloga 5

Iz družine parabol $y = ax^2 + 6x + c$ določi tisto, ki gra skozi točko $A(2, 8)$ in ima ničlo v $x_1 = 6$.

Naloga 6

Zapiši predpise za funkcije, katerih grafi so na sliki.



Naloga 7

(a) Za katere vrednosti m se graf $f(x) = x^2 + m(m+1)x + 100$ dotika x osi?

(b) Za katere vrednosti t se graf $f(x) = x^2 + (t+1)x + 2t$ dotika abscisne osi?

Naloga 8

Določi neznan parameter, da bo premica tangenta na parabolo:

(a) $y = -x + n, f(x) = -6x^2 - x + 12$

(c) $y = kx - 4, f(x) = x^2 - 3x - 4$

(b) $y = 3x + n, f(x) = -2x^2 - x + 10$

(d) $y = kx - 14, f(x) = x^2 - 9x - 10$

Naloga 9

Reši enačbo:

(a) $(2x - 1)^2 + (x - 3)^2 - (x - 1)(x + 2) - 5 = 0$

(b) $(x - 1)^3 + (2x - 1)(x - 3) - (x + 2)^3 + 3x + 26 = 0$

(c) $5 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 16 \left(x + \frac{1}{x}\right) - 52 = 0$

(d) $\left(\frac{2x^2 - 1}{x}\right)^2 - 4 \left(\frac{2x^2 - 1}{x}\right) + 3 = 0$

(e) $\frac{x^2 + 10x}{x^4 - 1} - \frac{4x^2 + 21}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{1}{x^3 - x^2 + x - 1} - \frac{4}{x + 1}$

Naloga 10

Določi m , da bosta korena enačbe enaka:

(a) $4x^2 - 8mx + 4m - 1 = 0$

(c) $(m - 2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$

(e) $(m - 4)x^2 - 2mx + m^2 = 0$

(b) $x^2 - (m + 3)x + 3m = 0$

(d) $(8 + m)x^2 + (7a - 1)x + 1 = 0$

(f) $\frac{mx^2 + 8x}{2m - 4} = x - \frac{1}{4}$

Naloga 11

Določi a , da bo:

- (a) produkt korenov enačbe $4x^2 + 3ax + a + 3 = 0$ enak 2.
- (b) produkt korenov enačbe $(a + 2)x^2 + ax = 3(a - 1)$ enak $-\frac{12}{7}$.
- (c) vsota korenov enačbe $2(a + 1)x^2 + 10x + a - 1 = 0$ enaka $\frac{5}{2}$.
- (d) vsota korenov enačbe $ax^2 + 2 = 2a^2x - 3x^2$ enaka 3.

Naloga 12

Enačba $x^2 - 4x + 2 = 0$ ima korena x_1 in x_2 . Izračunaj :

- (a) $x_1 + x_2$
- (b) $x_1 \cdot x_2$
- (c) $x_1^2 + x_2^2$
- (d) $x_1^2x_2 + x_2^2x_1$
- (e) $x_1^3 + x_2^3$
- (f) $x_1 - x_2$

Naloga 13

Enačba $3x^2 + 6x + 2 = 0$ ima korena x_1 in x_2 . Izračunaj :

- (a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- (b) $x_1^2 + x_2^2$
- (c) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$
- (d) $x_1^2x_2 + x_2^2x_1$
- (e) $x_1 + x_2 - \frac{1}{6x_1x_2}$
- (f) $x_1^{-3} + x_2^{-3}$

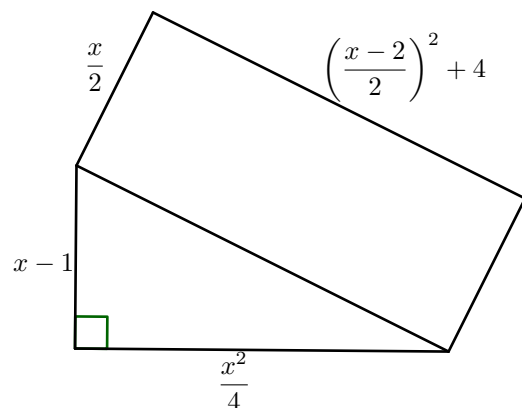
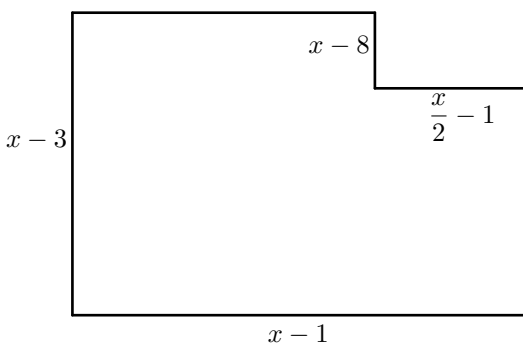
Naloga 14

Določi m , da bo:

- (a) razlika korenov enačbe $x^2 + (m + 5)x + 3m - 4 = 0$ enaka 11
- (b) v enačbi $x^2 - (m + 1)x + m + 18 = 0$ en koren enačbe za 3 večji od drugega
- (c) v enačbi $x^2 - mx + m^2 - m = 0$ en koren enačbe dvakrat večji kot drugi
- (d) v enačbi $x^2 + (m - 1)x - (4m + 1) = 0$ med korenoma enačbe veljala zveza $x_1^2 + x_2^2 = 58$.

Naloga 15

Izračunaj obseg lika na levi, če je ploščina enaka 55 in ploščino lika na desni, če je obseg enak 16:



Naloga 16

Vsota števk dvomestnega števila je 8, vsota kvadratov teh števk pa je za 1 manjša od samega števila. Določi to število.

Naloga 17

a) Vsota kvadratov treh zaporednih celih števil je 245. Izračunaj ta števila.

b) Vsota kvadratov treh zaporednih lihih števil je 875. Izračunaj ta števila.

Naloga 18

Ploščina pravokotnika, v katerem se dolžini stranic razlikujeta za $\frac{1}{2}$ m, meri $1,04 \text{ m}^2$. Določi obseg pravokotnika.

Naloga 19

Če 330€ enakomerno razdelimo vsem delavcem, zraven pa vsakemu damo še 1€, dobi vsak 21€. Koliko članov šteje skupina delavcev?

Naloga 20

Če obratni vrednosti števila odštejemo trikratnik tega števila, dobimo $\frac{11}{2}$. Za katero število to velja?

Naloga 21

V pravokotniku meri širina 3 cm manj kot dolžina. Če dolžino zmanjšamo za 1 cm, širino pa podvojimo, se ploščina poveča za 30 cm^2 . Izračunaj obseg prvotnega pravokotnika.

Naloga 22

Če obratni vrednosti števila odštejemo trikratnik tega števila, dobimo $\frac{11}{2}$. Za katero število to velja?

Naloga 23

V trikotniku se dolžine stranic razlikujejo za 2 cm. Če vse tri povečamo za 3 cm, dobimo pravokotni trikotnik. Izračunaj obseg trikotnika.

Naloga 24

Iz žice dolžine 6 m želimo oblikovati modela kvadrata in pravokotnika, v katerem je dolžina enaka dvakratniku širine. Kje moramo prerezati žico, da bo vsota obeh tako oblikovanih likov najmanjša?

Naloga 25

Razdeli število 6 na vsoto dveh števil tako, da bo vsota dvakratnika kvadrata prvega in kvadrata drugega najmanjša. Kateri števili sta to?

Naloga 26

Reši neenačbo:

(a) $x^2 - 16 \leq 0$

(b) $-x^2 + 2x + 3 < 0$

(c) $2x^2 - x - 10 < 0$

(d) $-7x^2 + x - 13 > 0$

Naloga 27

Če lansiramo raketo s pečine, 150 m nad gladino morja, doseže ta višino h v odvisnosti od časa t (v s), podano z enačbo $h(t) = -8t^2 + 144t + 150$.

- Po koliko sekundah doseže raketa najvišjo vrednost?
- Kako visoko nad gladino morja je tedaj?
- Koliko sekund je raketa vsaj 150 m nad morsko gladino?
- Po koliko časa pade na tla?

Naloga 28

Reši sisteme neenačb:

(a) $(x^2 - 11x + 24 \leq 0) \wedge (-x^2 + 5x + 14 \geq 0)$

(d) $6x < x^2 < 4$

(b) $(x^2 - 3x - 4 < 0) \wedge (x^2 - 4x - 21 > 0)$

(e) $0 < x^2 - x < 12$

(c) $(2x^2 + 5x + 2 < 0) \wedge (-x^2 + 3x + 10 > 0)$

Naloga 29

Reši neenačbo:

(a) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 1} \leq 0$

(b) $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4x - 21} \leq 0$

(c) $\frac{x^2 - 3x + 4}{1 - x^2} > 0$

Naloga 30

- Določi parameter a , da bosta rešitvi enačbe $2x^2 + (a - 9)x + a^2 + 3a + 4 = 0$ realni.
- Določi vrednost parametra m , da bo funkcija $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2$ pozitivna za vsak x .
- Določi vrednost parametra a , da bo neenačba $ax^2 - (a + 2)x + a + 2 > 0$ izpolnjena za vsak realni x .