

Naloga 1

Izračunaj največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik:

a) števil 42, 64 in 108

b) števil 3289, 2717

c) izrazov $a^2 - 2a$, $a^3 - 4a$

č) izrazov $5x^3 - x^2y$, $50x^4 - 2x^2y^2$, $125x^4 - xy^3$

d) izrazov $x^6 - 64$, $x^7 + 16x^4 + 64x$, $x^3 - 2x^2 + 4x$

Ponovi!

↪ praštevski razcep na prafaktorje, ↪ osnovni izrek o deljenju, ↪ Evklidov algoritem, ↪ razstavljanje izrazov, ↪ D in v ,

Naloga 2

Naj bo $v = 3 + 4i$, $w = 12 - 5i$ in $u = 1 + i$.

a) Nariši kompleksna števila $2v - w$, \bar{v} , u^2 .

b) Izračunaj $\frac{v + \bar{v}}{i^{2021}} - 6 \frac{w \cdot \bar{w} \cdot i^3}{|w|^2}$

c) Zapiši $Re(2v + \bar{w})$

č) Za katera naravna števila n je $Im(u^n) = 0$?

d) V kompleksni ravnini nariši vsa števila z , za katera velja $z \geq |v|$.

e) V kompleksni ravnini nariši vsa števila z , za katera velja $|z - u| = 2$.

f) Zapiši polinom četrte funkcije, ki ima za ničli kompleksna števila u in v .

g) Pokaži, da za $z = \frac{2u + i}{-\bar{u}}$ velja $z^2 - \bar{z} = -\frac{11}{2}$

h) Za katere vrednosti a je število $(a + 1)v + aw$ realno?

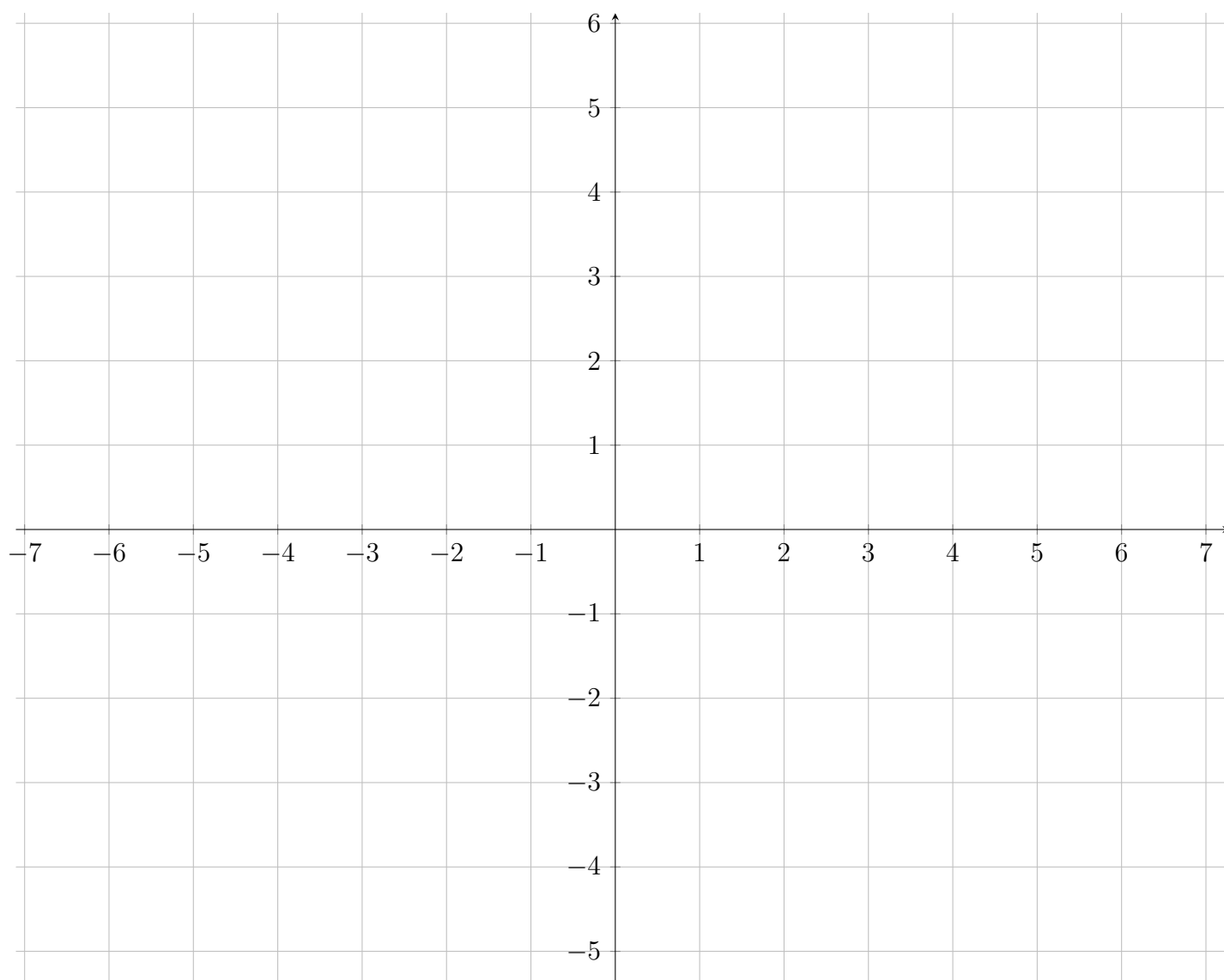
Ponovi!

↪ risanje kompleksnih števil, ↪ računanje s kompleksnimi števili, ↪ realna in imaginarna komponenta kompleksnega števila, ↪ absolutna in konjugirana vrednost kompleksnih števil, ↪ kompleksne ničle polinomov z realnimi koeficienti

Naloga 3

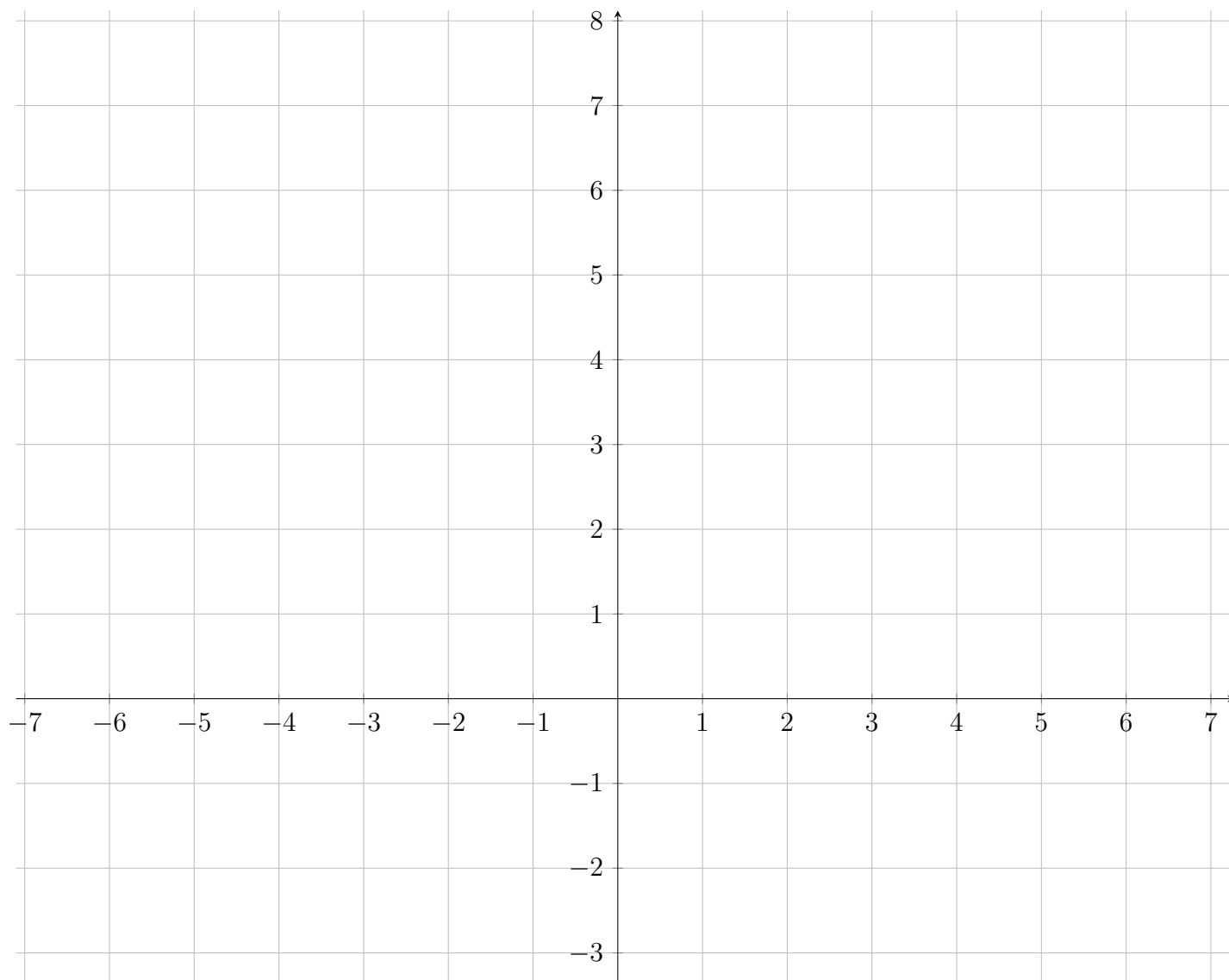
Podana je linearna funkcija $f(x) = \frac{x}{2} - 2$ in družina linearnih funkcij $g_a(x) = (a - 3)x + (a - 1)$.

- Nariši graf funkcije f v koordinatnem sistemu. Označi ničlo s točko M in začetno vrednost z N .
 - Izračunaj oddaljenost razpolovišča daljice MN od središča (S) krožnice $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$. Kakšno ploščino ima trikotnik MNS ?
 - Določi a , da bo graf funkcije g pravokoten na graf funkcije f .
 - Določi a , da bosta grafa funkcija g in f vzporedna.
 - Določi a , da bo graf funkcije g sekal krožnico v točki $T(2, y)$. Izračunaj še drugo presečišče.
 - Natančno izračunaj presečišča krožnice s koordinatnima osema.
 - Zapiši vzporednici za f , ki se dotikata dane krožnice. Upoštevaj obe možnosti.
- g*) Ugotovi, katero točko imajo vsi grafi iz družine g skupno.



Naloga 4

- a) Izračunaj ničli, teme in začetno vrednost funkcije $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ ter nariši graf funkcije.
- b) Reši neenačbo: $3x^2 - 4x + 1 < 0$
- c) Izračunaj presečišči s premico $\frac{x}{7} + \frac{y}{7} = 1$.
- č) Zapiši enačbi tangent na parabolo v točkah $A(1, y)$ in $B(0, y)$ ter kot med njima.
- d*) Izračunaj ploščino lika, ki ga oklepata premica in parabola.
- e*) Premakni parabolo za vektor $\vec{a} = (-3, -2)$ in zapiši njeno enačbo.



Ponovi!

- ↪ Postopek risanja grafa kvadratne parabole.
- ↪ Reševanje kvadratne enačbe in neenačbe.
- ↪ Enačba tangente in kot med tangentama.
- ↪ Ploščina lika med krivuljama.
- ↪ Premik funkcije za dani vektor

Naloga 5

Zapiši kvadratno funkcijo:

- ki ima ničli v $x_1 = -2$ in $x_2 = \frac{1}{2}$ ter velja $f(2) = 3$. Zapiši jo v temenski obliki.
- ki ima teme v $T(-2, 1)$ in ji določi ničli, če graf poteka skozi $T(1, -\frac{7}{2})$ ter jo zapiši v splošni obliki.
- ki poteka skozi točke $A(2, -2)$, $B(-1, 1)$, $C(3, 5)$.
- ki ima ničlo v $x = 2 - i$ in velja $f(0) = -2$.
- z vodilnim koeficientom -3 , ki ima ničli, katerih vsota je 4, produkt pa 2.

Ponovi!

(i) oblike enačb kvadratne funkcije (ii) Vietova pravila

Naloga 6

Reši sistem enačb:

$$5x + 4y = -3$$

$$2x + 3z = 5$$

$$2y - 4z = -8$$

$$3x + 4y + 5z = 4$$

$$-2x + 5y - 3z = -10$$

$$x + 2y - 4z = -5$$

$$x - 3y + 2z = 1$$

$$-3x + y + 4z = 11$$

$$4x + 2y - z = 5$$

Ponovi!

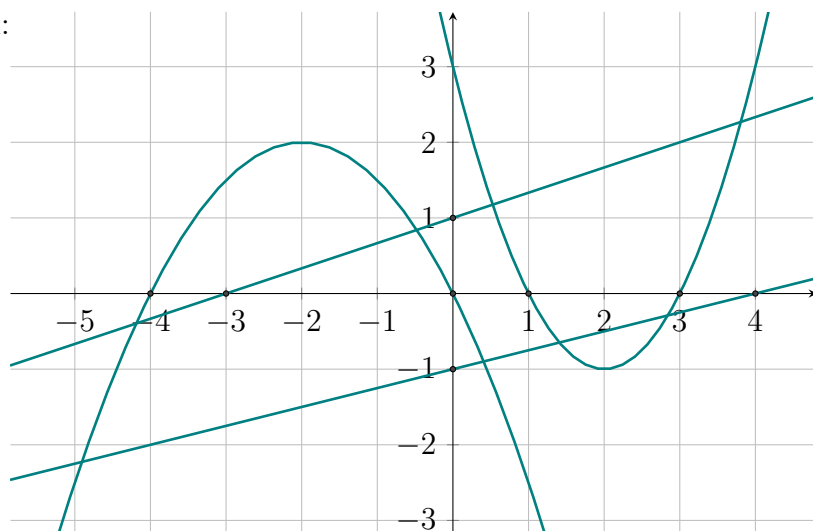
↪ Reševanje sistema treh linearnih enačb s tremi neznankami

Naloga 7

Zapiši funkcijske predpise za krivulje na sliki:

a) premici zapiši v odsekovni obliki

b) paraboli zapiši v temenski obliki



Izračunaj še presečišče premic.

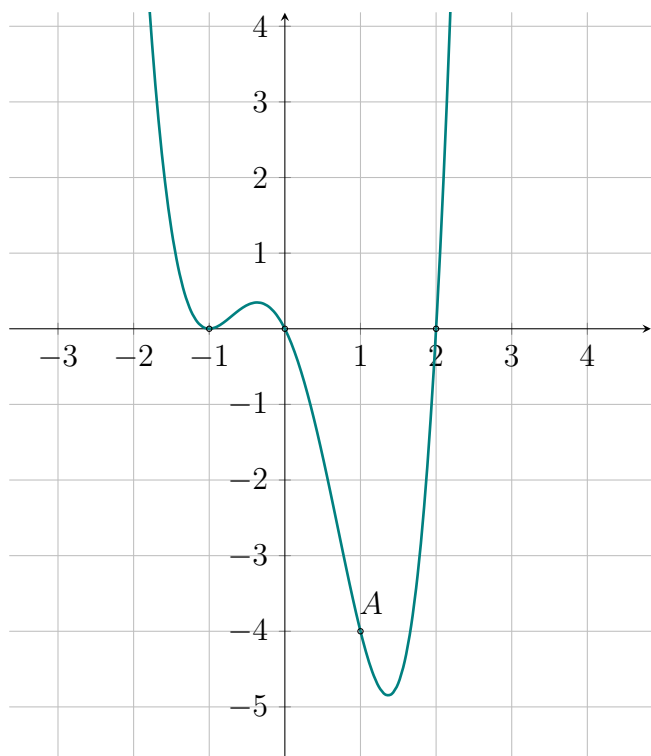
Ponovi!

↪ oblike kvadratne funkcije, oblike enačbe premice ↪ sistem dveh enačb z dvema neznankama

Naloga 8

Na sliki je graf polinoma četrte stopnje.

- Zapiši njegov predpis, če poteka skozi točko $A(1, -4)$.
- Zapiši enačbo tangente na graf polinoma v točki A in določi naklonski kot, ki ga tangenta oklepa z abscisno osjo.
- Izračunaj točke, v katerih tangenta seka graf polinoma.
- Zapiši enačbo normale na polinom v točki A . Kolikšen kot oklepa normala s tangento na graf polinoma v točki $T(2, 0)$.
- Pokaži z računom, da je razmerje med ploščino lika, ki ga oklepa polinoma z abscisno osjo na intervalu $[-1, 0]$ in ploščino, ki ga oklepa graf na intervalu $[0, 2]$ enako $28 : 1$.
- Reši neenačbo: $x(x^3 - 2) < 3x^2$



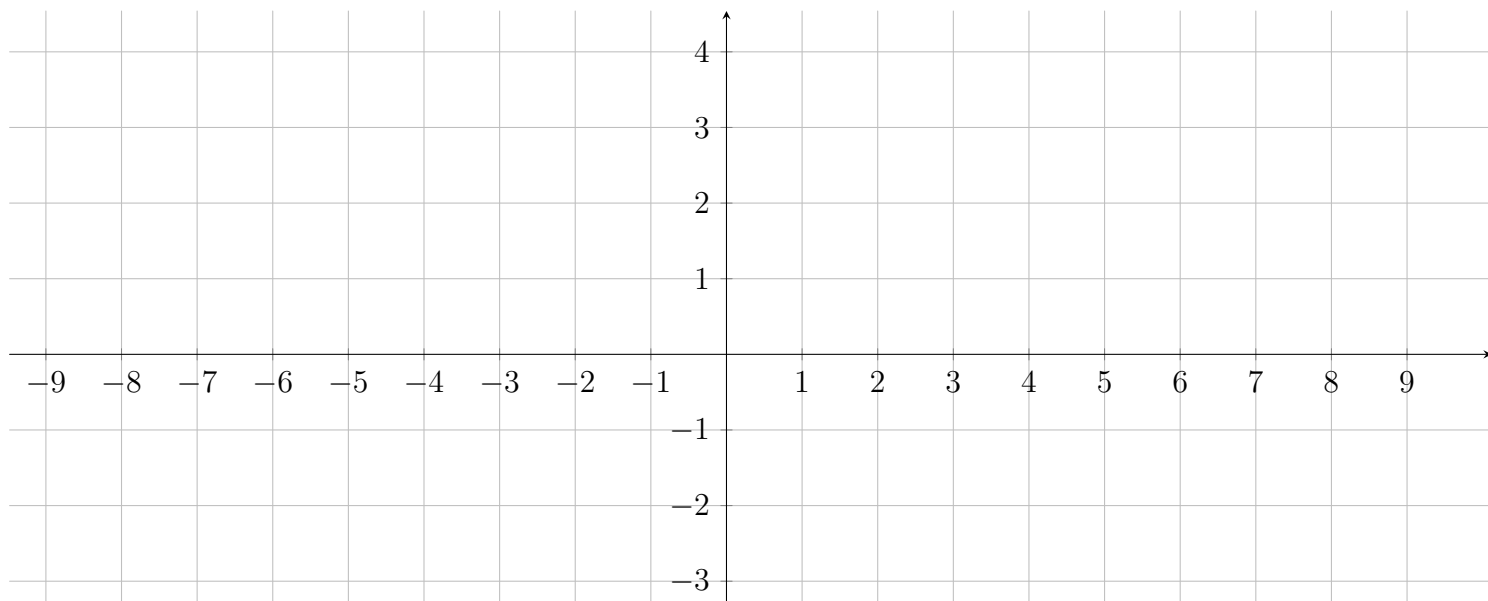
Ponovi!

↪ osnovni izrek algebre, ↪ enačba tangente in normale v dani točki, naklonski kot premice in kot med premicama, ↪ kot med krivuljo in abscisno osjo, ↪ neenačbe višjega reda.

Naloga 9

Podan je polinom $p(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$.

- Določi vse kandidate za racionalne ničle polinoma in jih tudi določi.
- Deli polinom z $x - 5$ in zapiši količnik in ostanek.
- Ali je polinom deljiv z $q(x) = x^2 - 5x + 4$?
- Zapiši stacionarne točke in določi ekstreme polinoma.
- Nariši graf polinoma.

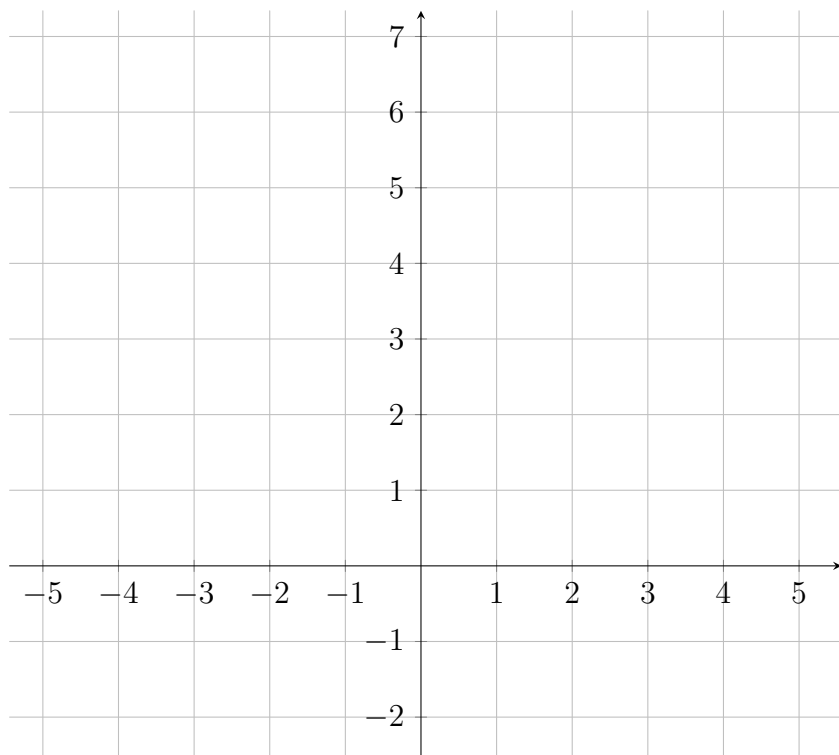


Ponovi!

↪ racionalne ničle polinoma, Hornerjev algoritem, ↪ deljenje polinomov, ↪ ekstremi funkcij, ↪ graf polinoma

Naloga 10

- a) Pokaži, da ima polinom $p(x) = -x^4 + 3x^2 + 4$ le dve realni ničli.
- b) Pokaži, da je funkcija soda, odvod pa liha funkcija.
- c) Izračunaj ekstreme funkcije in zapiši zalogo vrednosti funkcije.
- č) V katerih točkah ima funkcija prevoje?



Ponovi!

↪ Hornerjev algoritem, kompleksne ničle, ↪ sodost, lihost funkcije, ↪ ekstremi in prevoji funkcije, ↪ zaloga vrednosti, ↪ graf polinoma.

Naloga 11

V ravnini so podane točke $A(4, 3)$, $B(-2, 1)$, $C(-4, -5)$.

- Izračunaj ploščino trikotnika ABC .
- Pokaži, da sta vektorja \overrightarrow{AB} in \overrightarrow{BC} enako dolga.
- Izračunaj kot $\angle ABC$ z uporabo skalarnega produkta.
- Na daljici AC določi točko M , da bo $|AM| : |MB| = 5 : 3$.

Ponovi!

↪ ploščina trikotnika z oglišči v ravnini, ↪ dolžina vektorja, ↪ kot med vektorjema, ↪ delilna točka, ↪ skalarni produkt.

Naloga 12

V tristrani prizmi merijo robovi osnovne ploskve $a = 68$ cm , $b = 75$ cm, $c = 77$ cm. Višina je enaka polmeru včrtane krožnice osnovni ploskvi.

- a) Izračunaj površino plašča prizme.
- b) Prizmi očrtamo valj. Koliko meri prostornina valja?
- c) Prizmo pretopimo v 10 skladnih krogel. Koliko meri polmer takih krogel?
- d) Koliko meri stranski rob pokončne piramide, ki je včrtana prizmi in ima osnovno ploskvo enako prizmi? Izračunaj še površino piramide.

Ponovi!

↔ površina in prostornina prizme, ↔ Heronova formula, ↔ polmer včrtanega kroga v trikotniku, ↔ prostornina valja, ↔ prostornina krogle, ↔ površina piramide

Naloga 13

Podana je družina funkcij $f_a(x) = \log_2(ax + 3) + 1$, kjer je $a \in \mathbb{R}$.

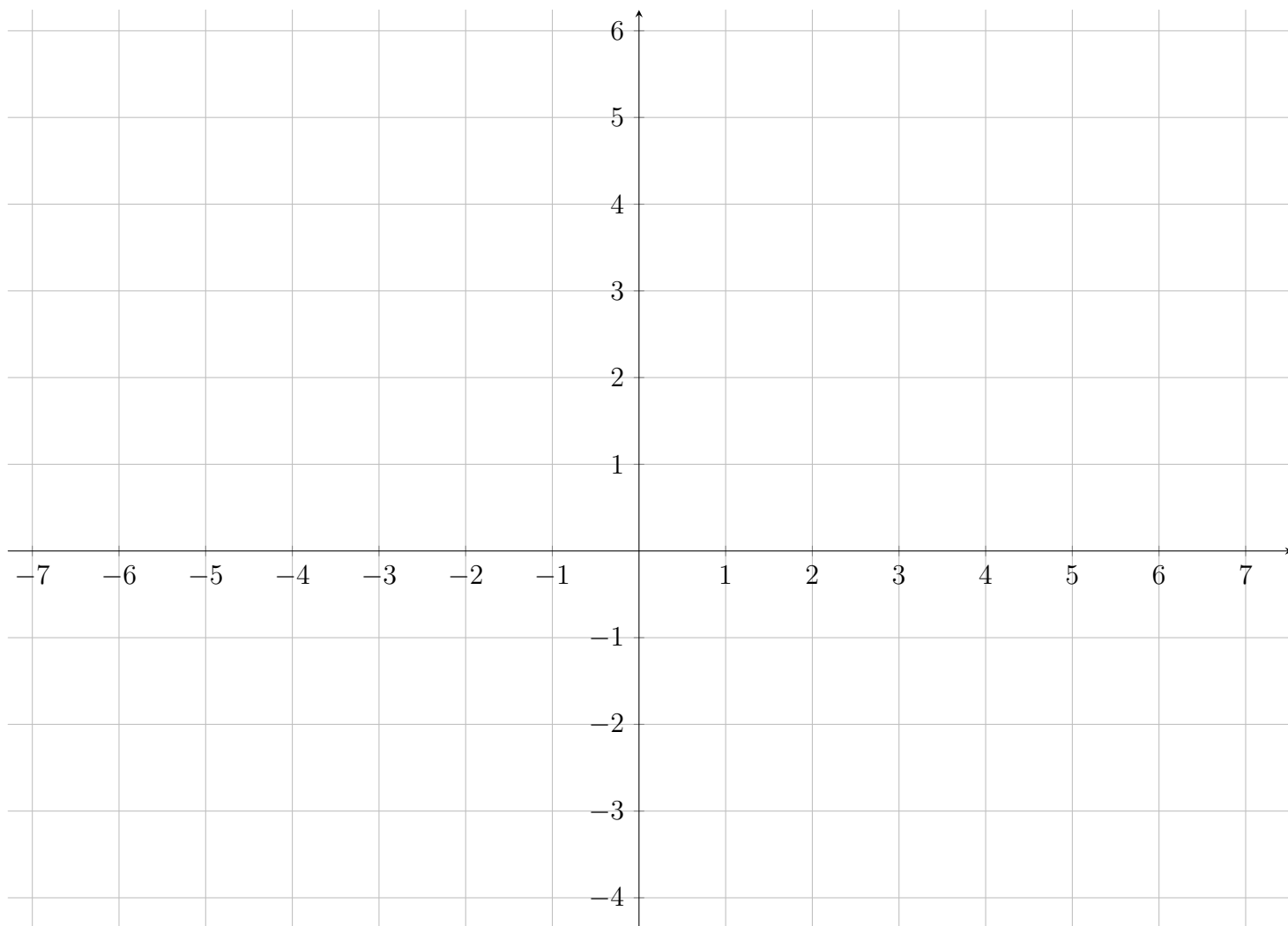
a) Določi definijsko območje, ničlo in navpično asimptoto funkcije $f_1(x)$. Izračunaj funkcijske vrednosti $f_1(-2,75)$, $f_1(-2)$, $f_1(-1)$, $f_1(5)$ in nariši graf funkcije $f_1(x)$.

b) Določi a , da bo imela funkcija $f_a(x)$ asimptoto v $x = -6$ in nariši graf funkcije $|f_a(x)|$.

c) Določi a , da bo ničla funkcije $f_a(x)$ imela ničlo v $x = 4$ in ji določi začetno vrednost.

č) Zapiši inverzno funkcijo logaritemske funkcije $f_2(x)$.

d) Reši enačbo: $f_3(x) = 33$.



Ponovi!

↔ lastnosti logaritemske funkcije, ↔ asimptota, ničla in začetna vrednost logaritemske funkcije, ↔ graf logaritemske funkcije, ↔ inverzna funkcija logaritemske funkcije, ↔ reševanje logaritmskih enačb

Naloga 14

Podana je družina funkcij $f_a(x) = 3^{x+1} - a$, kjer je $a \in \mathbb{R}$.

- Določi ničlo funkcije $f_6(x)$, začetno vrednost in vodoravno asimptoto funkcije $f_6(x)$. Nariši graf funkcije $f_6(x)$.
- Določi a , da bo imela funkcija $f_a(x)$ asimptoto v $x = -1$ in nariši graf funkcije $|f_a(x)|$.
- Določi a , da bo ničla funkcije $f_a(x)$ v $x = -\frac{3}{2}$ in ji določi začetno vrednost.
- Zapiši inverzno funkcijo logaritemske funkcije $f_2(x)$.
- Reši enačbo: $f_3(x) = 3$.



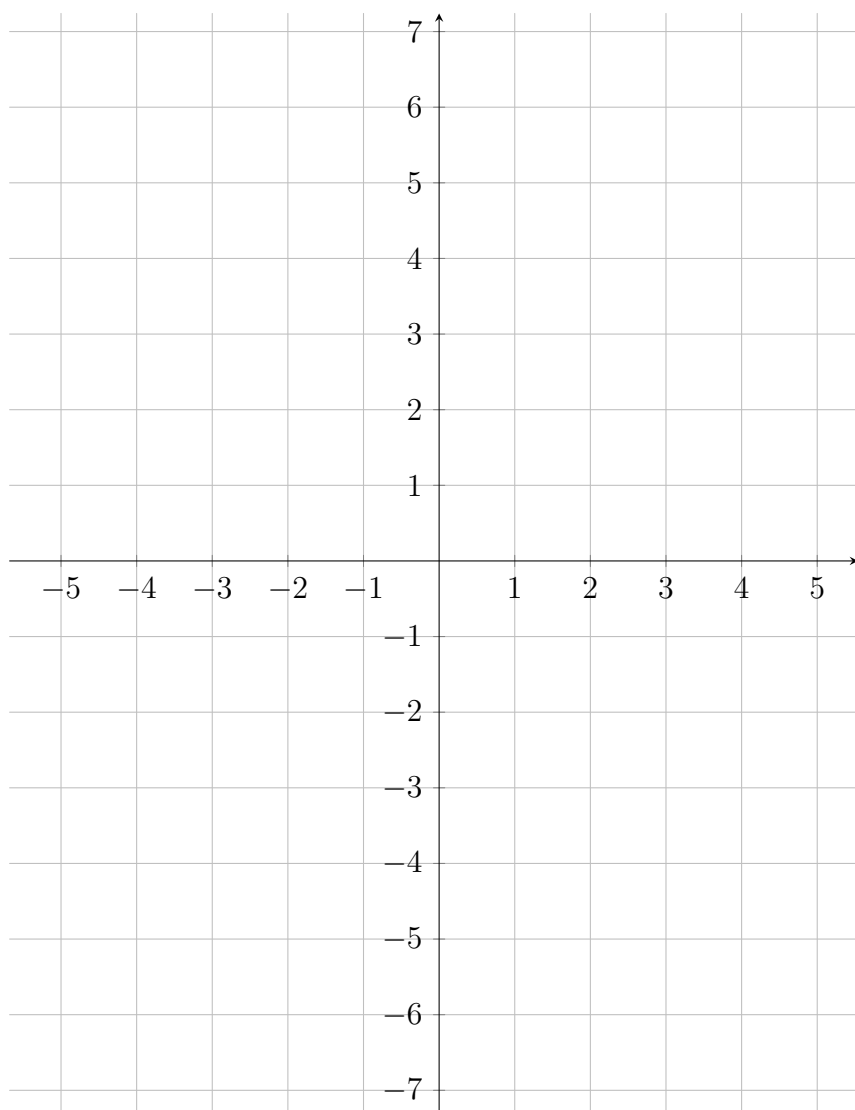
Ponovi!

↔ lastnosti eksponentne funkcije, ↔ asimptota, ničla in začetna vrednost eksponentne funkcije, ↔ graf eksponentne funkcije, ↔ inverzna funkcije eksponentne funkcije, ↔ reševanje eksponentnih enačb

Naloga 15

Naj bodo podane stožnice:

$$s_1: 25x^2 + 9y^2 = 225, \quad s_2: 16x^2 - 9y^2 = -144, \quad s_3: y^2 = 4x$$

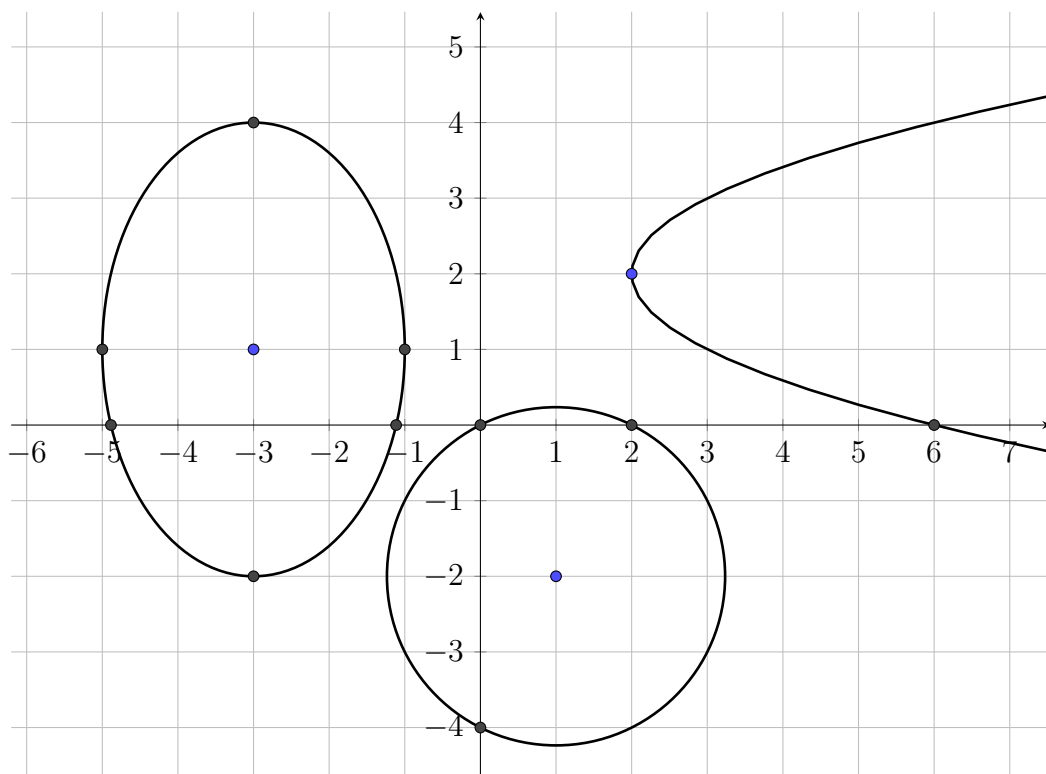


- Določi gorišča in temena vseh treh stožnic.
- Določi asimptoti hiperbole.
- Nariši vse tri stožnice.
- Pokaži, da je kot med tangentama na tretjo stožnico v točkah $A(1, y > 0)$ in $B(1, y < 0)$ enak 90° .
- Izračunaj presečišča prve stožnice in premice $y = 2x + 5$.
- Drugo stožnico premakni za vektor $\vec{a} = (-2, 1)$. Zapiši enačbo premaknjene parabole.
- Izračunaj presečišča med prvo in drugo stožnico.
- Graf tretje stožnice zavrtimo na intervalu $[0, 4]$ okoli abscisne osi za polni kot. Izračunaj prostornino vrtenine.

Ponovi!

↪ temena in gorišča stožnic v središčni legi, ↪ asiptota hiperbole, ↪ odvod implicitne funkcije, ↪ presečišča med stožnicama, ↪ enačbe premaknjenih stožnic, ↪ prostornina vrtenine, ↪ grafi stožnic

Naloga 16



- Zapiši enačbe stožnic na sliki. Pomagaj si s označenimi točkami.
- Izračunaj presečišče elipse z abscisno osjo in ploščino lika, ki ga omejuje elipsa.
- Zapiši enačbo tangente na krožnico skozi koordinatno izhodišče.
- Prezrcali parabolo čez premico $y = x$ in ji določi funkcijski predpis.
- Izračunaj ploščino lika, ki ga oklepata parabola in premica $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$.

Ponovi!

↪ enačbe premaknjenih stožnic, ↪ ploščina elipse, ↪ presečišča stožnic s koordinatnima osema, ↪ zrcaljenja točk, ↪ ploščina lika med krivuljama

Naloga 17

- a) Izračunaj največji notranji kot in najmanjšo višino v trikotniku s stranicami 7 cm, 8 cm, in 9 cm ter mu izračunaj ploščino.
- b) V trikotniku s stranicama 8 cm in 6 cm, ki imata vmesni kot 60° , izračunaj dolžino tretje stranice in natančno izračunaj ploščino.
- c) Obema trikotnikoma natančno izračunaj polmer včrtanega in očrtanega kroga.
- č) V trikotniku meri notranji kot 60° , ki leži nasproti stranice dolžine 7 cm. Izračunaj natančno vrednost dolžine stranice, ki leži nasproti kota 45° . Izračunaj natančno vrednost sinusa kota 105° in ta rezultat uporabi za izračun natančne vrednosti dolžine tretje stranice.
- d) V trikotniku s stranico 10 cm meri nasprotni kot 120° , druga strani meri 4 cm. Izračunaj dolžino težiščnice na tretjo stranico.

Ponovi!

↪ sinusni in kosinusni izrek, ↪ metrična geometrija trikotnika, ↪ adicijski izrek za sinus vsote, ↪ Heronova formula, ↪ težiščnice

Naloga 18

V štirikotniku $ABCD$ meri notranji kot $\angle ABC = 60^\circ$, kot $\angle CDA = 150^\circ$, stranice pa $|AB| = 12$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|AD| = 7$ cm. Izračunaj obe diagonali, dolžino četrte stranice in preostala dva notranja kota. Izračunaj ploščino štirikotnika.

Ponovi!

↪ sinusni in kosinusni izrek.

Naloga 19

Podano je zaporedje $3x + 2, x + 2, 6 - 2x, \dots$

a) Določi x , da bo zaporedje padajoče geometrijsko.

V tem zaporedju izračunaj splošni člen in vsoto neskončne geometrijske vrste. Koliko členov moramo sešteti, da bo vsota zaporedja vsaj 15.5?

b) Določi x , da bo zaporedje aritmetično.

V tem zaporedju zapiši splošni člen in ugotovi, na katerem mestu je člen -202 . Najmanj koliko členov zaporedja moramo sešteti, da bo vsota manjša od -50 ?

Ponovi!

↪ splošni člen in vsota geometrijskega zaporedja, ↪ splošni člen in vsota aritmetičnega zaporedja, ↪ konvergenca neskončne geometrijske vrste,

Naloga 20

Podani sta funkciji $f(x) = \sin\left(ax + \frac{\pi}{2}\right)$ in $g(x) = \cos\left(\frac{x}{2} + b\right)$, kjer je $a \in \mathbb{R} - \{0\}, b \in \mathbb{R}$.

- Določi a , da bo imela funkcija $f(x)$ periodo dolžine $\frac{5\pi}{4}$.
- Določi a in b , da bo $f(x) = g(x)$ za vsak realen x .
- Za $b = \frac{\pi}{2}$ reši enačbo $g(x) = \frac{\pi}{4}$.
- Določi ničle in abscise maksimumov funkcije $g(x)$ za $b = -\frac{\pi}{6}$ in nariši graf funkcije.
- Za $a = \frac{1}{2}$ in $b = 0$ reši enačbo $f^2(x) + g(x) - 2 = 0$

Ponovi!

↪ ničle in ekstremi funkcije sinus in kosinus, ↪ adicijski izreki, ↪ periodičnost kotnih funkcij, ↪ trigonometrične enačbe,

