



Naloga 1

Izračunaj limite:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n - 2} - n)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 6n - 2} - 2n)$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{4n^2 + 3}}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 4n - 1}{4n^4 + 3}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{5n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 3n + 1}}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n} + 3}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 2^n}{4 + 6 \cdot 3^n}$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 4^{2n}}{1 + 3 \cdot 2^{4n}}$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{-n}$

j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2n}\right)^{5n}$

k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n + 5}{3n}\right)^{4n}$

Naloga 2

Pokaži, da je zaporedje $a_n = \frac{4n - 2}{2n + 1}$ naraščajoče, navzgor omejeno zaporedje in nariši graf. Izračunaj limito in ugotovi, od katerega člena se členi od limite razlikujejo za manj kot $\frac{1}{300}$.

Naloga 3

Pokaži, da je zaporedje $a_n = 3 \cdot 0.6^n - 2$ padajoče, navzdol omejeno zaporedje in nariši graf. Izračunaj limito in ugotovi, od katerega člena se členi od limite razlikujejo za manj kot $\frac{1}{1000}$.

Naloga 4

Zapiši vsa stekališča zaporedja $a_n = (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

Naloga 5

Določi manjkajoče člene v aritmetičnem zaporedju:

a) 77, 53, —, —, —, ...

b) —, —, 64, 49, —, —, ...

c) $\frac{1}{5}$, —, —, —, $\frac{9}{5}$, ...

d) 49, 53, —, —, —, ...

e) —, —, -43, 49, —, —, ...

f) $\frac{1}{3}$, —, —, —, $\frac{11}{6}$, ...

Naloga 6

Zapiši vsa stekališča zaporedja $a_n = \sin \frac{n\pi}{4}$.

Naloga 7

Podano je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \left(\frac{4}{5}\right)^{n-3} - 3.$$

- a) Pokaži, da je zaporedje padajoče in navzdol omejeno.
b) Izračunaj limito in določi, od katerega člena naprej so členi v okolici limite za $\epsilon = 10^{-3}$.

Naloga 8

Določi manjkajoče člene v geometrijskem zaporedju:

- a) 120, -40, —, —, — ... b) —, —, 6, 24, —, —, ... c) $\frac{1}{4}$, —, —, —, $20\frac{1}{4}$, ...

Naloga 9

Določi x , da bo zaporedje:

- a) $3, x + 1, 3x - 3, \dots$ geometrijsko in izračunaj vsoto prvih 10 členov zaporedja.
b) $x^2, 5x + 2, 13, \dots$ aritmetično in izračunaj vsoto prvih 31 členov zaporedja.
c) $x + y + 1, 12 - 2x, 2(x + 1) - y, \dots$ aritmetično. Koliko členov moramo sešteti, da bo vsota vsaj 9100?
č) $\log_2(2x - 1), 1, \log_2(3x + 1)$ aritmetično.
d) $2^x, 2^x - 3, 4^{1-x}, \dots$ geometrijsko. Izračunaj vsoto geometrijske vrste, če ta konvergira.
e) $x + 1, 2x, 3x$ geometrijsko, (0;3)
f) $2x - 3, x + 25, x - 5$ geometrijsko (95;-5)

Naloga 10

Rešitve enačbe $9x^3 - 16x = 0$ so prvi trije členi padajočega aritmetičnega zaporedja.

- a) Zapiši splošni člen in izračunaj 51. člen zaporedja.
b) Izračunaj vsoto $a_4 + a_5 + a_6 + \dots + a_{21}$.
c) Na katerem mestu je prvič člen zaporedja, manjši od -100 ?

Naloga 11

- V aritmetičnem zaporedju $3, 14, 25, \dots$ zapiši splošni člen. a) Ali je 172 člen tem v zaporedju?
- b) Izračunaj vsoto $a_9 + a_{10} + a_{11} + \dots + a_{19}$.
- c) Koliko členov zaporedja moramo sešteti, da bo vsota presegla 2000?
- č) Pokaži, da je vsota prvih n členov $S_n = \frac{11n^2 - 5n}{2}$.

Naloga 12

- Rešitve enačbe $x^3 - 7x^2 + 14x = 8$ so prvi trije členi naraščajočega geometrijskega zaporedja.
- a) Zapiši splošni člen in izračunaj 8. člen zaporedja.
- b) Koliko členov moramo sešteti, da bo vsota prvih členov enaka 4095?
- c) Na katerem mestu je člen 524288?

Naloga 13

- a) Pokaži, da je zaporedje $a_n = \frac{3n - 6}{n + 1}$ monotono in omejeno.
- b) Pokaži, da ima limito 2.
- c) Kateri členi zaporedja so v ϵ -okolici limite za $\epsilon = 0.001$?
- č) Kakšna mora biti ϵ , da bo zunaj okolice limite natanko 20 členov?

Naloga 14

- a) Pokaži, da je zaporedje $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$ monotono in omejeno.
- b) Pokaži, da ima zaporedje limito -2 .
- c) Kateri členi zaporedja so v ϵ -okolici limite za $\epsilon = 0.05$?
- č) Kakšna mora biti ϵ , da bo zunaj okolice limite natanko 20 členov?

Naloga 15

- Vsota prvih treh členov aritmetičnega zaporedja je enaka 333. Prvi člen zaporedja je enak 100.
- a) Izračunaj splošni člen.
- b) Med prvi in tretji člen zaporedja vrinemo 10 členov, tako da dobimo novo aritmetično zaporedje.
- c) Izračunaj vsoto vseh vrinjenih členov.

Naloga 16

Produkt prvih treh členov geometrijskega zaporedja je enaka 512. Tretji člen zaporedja je enak -2 .

- Izračunaj prvi člen zaporedja in vsoto prvih 6 členov.
- Ali je geometrijska vrsta konvergentna? Če je, izračunaj vsoto vrste.

Naloga 17

Izračunaj limito zaporedja:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-4}{3n+1}$ in izračunaj koliko členov zaporedja je od limite oddaljeno za več kot 0.1,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n-4}{3^n+1}$ in izračunaj koliko členov zaporedja je od limite oddaljeno za več kot 0.1,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n+7} - \sqrt{3n-2})$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-4n+1} - n)$,
- $\frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{11}{7}, \frac{14}{9}, \dots$ in izračunaj, koliko členov zaporedja se od limite razlikuje za manj kot 0.02.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n+4} - \sqrt{n-4})}{n}$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n}\right)^n$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+1}{4n}\right)^{-3n}$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2-4n-5})$

Naloga 18

Vsota prvih 23 členov aritmetičnega zaporedja, v katerem je prvi člen -100 , je -276 . Izračunaj diferenco in splošni člen zaporedja.

Naloga 19

Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja, v kateri je prvi člen enak $-\frac{13}{6}$, zadnji člen v vsoti pa $\frac{19}{6}$, je $\frac{9}{2}$. Izračunaj splošni člen aritmetičnega zaporedja.

Naloga 20

- Koliko členov v aritmetičnem zaporedju s prvim členom 1 in diferenco 3 moramo sešteti, da dobimo 210?
- Koliko členov zaporedja $-3, 2, 7, \dots$ moramo sešteti, da bo vsota enaka 116?

Naloga 21

Pokaži, da je: $\sum_{k=1}^n (4k-8) = 2n^2 - 6n$.

stranicami trikotnika pa 818. Izračunaj ploščino trikotnika.

Naloga 27

V aritmetičnem zaporedju s petim členom 8 je vsota prvih sedmih členov 35. Poišči splošni člen zaporedja.

Naloga 28

- Koliko števil med 200 in 500 ima pri deljenju s 17 ostanek 13?
- Koliko znaša vsota vseh trimestnih števil, ki imajo pri deljenju s 77 ostanek 13?
- Izračunaj vsoto vseh naravnih števil, ki so večja od 324 in manjša od 942, ki dajo pri deljenju s 6 ostanek 5.

Naloga 29

Poišči geometrijsko zaporedje, kjer je:

- $a_1 + a_2 + a_3 = 8, a_4 + a_5 + a_6 = 27$
- $a_5 - a_1 = 8, a_3 - a_1 = 4$
- $a_1 = 1, a_n = -27, S_n = -20.$

Naloga 30

Produkt prvih treh členov je 216, vsota drugega in tretjega člena pa 10. Poišči prvi člen.

Naloga 31

Rešitev enačbe $\log_4(5^x - 3 \cdot 5^{x-1} - 9) = 0$ je prvi člen:

- padajočega geometrijskega zaporedja, razlika drugega in tretjega člena je $\frac{3}{2}$. Določi količnik zaporedja.
- naraščajočega aritmetičnega zaporedja, vsota drugega in tretjega člena je 19. Določi diferenco zaporedja.

Naloga 32

Ničla funkcije $f(x) = \log_4(4^{x-2} - 2 \cdot 4^{x-3} - 1)$ je prvi člen geometrijskega zaporedja, produkt drugega in tretjega člena tega zaporedja je 72.

- Zapiši prvih pet členov tega zaporedja.
- Koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota enaka 98301?
- Kateri člen zaporedja je šestnajstkrat večji od sedmega člena?

Naloga 33

Koliko členov geometrijskega zaporedja $9, 6, 4, \dots$ je potrebno sešteti, da bo vsota preseгла 26?

Naloga 34

Izračunaj $x : -1 + 2 + 5 + \dots + x = 186$

Naloga 35

Določi aritmetično zaporedje, če je:

a) $a_1 \cdot a_4 = 7, a_2 \cdot a_3 = 15$

b) $a_1 \cdot a_5 = -7, a_3 + a_5 = 2$

c) $a_2 + a_2 = -10, a_5 = -8$

Naloga 36

Podano je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \frac{4n - 1}{n + 1}.$$

a) Pokaži, da je zaporedje naraščajoče in navzgor omejeno.

b) Izračunaj limito in določi, od katerega člena naprej so členi v okolici limite za $\epsilon = 10^{-2}$.

Naloga 37

V pravokotnem trikotniku sestavljajo stranice končno aritmetično zaporedje. Poišči obseg trikotnika, če je ena kateta dolga 20 cm.

Naloga 38

Izračunaj limito zaporedja:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 7n + 2}{3n^2},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{2n}}{n^{\frac{7}{8}} - 5},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1}{\sqrt{n}},$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 3n + 3} - n \right),$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + 4} - \sqrt{n} \right),$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{n+1},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n+1} \right)^{2n},$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+5} \right)^n.$

Naloga 39

Prvi in zadnji člen v vsoti členov geometrijskega zaporedja, enaki 728, sta 2 in 486. Izračunaj količnik zaporedja in koliko členov je v vsoti?

Naloga 40

Prvi trije členi geometrijskega zaporedja so zaporedoma drugi, peti in štirinajsti člen aritmetičnega sporedja z diferenco 2. Določi geometrijsko zaporedje.

Naloga 41

Vsota vseh členov končnega geometrijskega zaporedja brez zadnjega člena je 363, vsota vseh členov brez prvega pa 121. Tretji člen je 8. Določi števila v zaporedju.

Naloga 42

Vsota prvih treh členov geometrijskega zaporedja je 31, razlika med tretjim in prvim je 35. Zapiši zaporedje.

Naloga 43

Izračunaj vsoto vrste:

a) $243 - 81 + 27 - 9 + 3 - \dots$

b) $1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4 + \dots$ Za katere x je vrsta konvergentna?

c) $2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 64 + \dots + 2 \cdot 4^n$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}$

Naloga 44

Tričleno geometrijsko in aritmetično zaporedje imata enak prvi in tretji člen. Vsota aritmetičnega je 45, geometrijskega pa 39. Določi ta števila.

Naloga 45

V padajočem geometrijskem zaporedju je drugi člen enak 4. Če prvi člen povečamo za 1, tretjega pa zmanjšamo za 3, dobimo aritmetično zaporedje.

a) Določi razliko v aritmetičnem zaporedju.

b) Izračunaj vsoto geometrijske vrste padajočega zaporedja.

Naloga 46

V aritmetičnem zaporedju je četrti člen enak dvakratniku drugega člena, produkt prvega in tretjega pa je enak 27. Izračunaj diferenco zaporedja.

Naloga 47

V naraščajočem geometrijskem zaporedju je vsota prvega in tretjega člena enaka 13. Velja tudi $2a_3 - 3a_2 = 0$. Izračunaj peti člen zaporedja.

b) Pokaži, da je vrste $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{a_n}$ konvergentna in jo izračunaj.

Naloga 48

Glavnica 2000€ se obrestuje z letno obrestno mero 5%. Koliko znašajo obresti, če je:

- a) obrestovanje navadno in je čas varčevanja 5 mesecev,
- b) obrestovanje konformno in je čas varčevanja 7 mesecev,
- c) obrestovanje relativno in je čas obrestovanja 11 mesecev?

Naloga 49

Koliko let se mora obrestovati glavnica 3200 €, da naraste na 4084,10 €, če je obrestna mera 5%?

Naloga 50

Glavnica 4500 € naraste v petih mesecih na 4574,14 €. Po kakšni letni obrestni meri se obrestuje?

Naloga 51

V koliko dneh naraste glavnica 5400 € na 5533,15 €, če je letna obrestna mera 6%?

Naloga 52

Na banko vložimo šestkrat zaporedoma vsako leto 1500 € pri obrestni meri 3 %. a) Izračunaj vrednost vseh vlog dve leti po zadnjem plogu.

b) Koliko let bi morali varčevati, da bi privarčevali 20000 €?

c) Namesto plogov vsako leto se odločimo, da položimo trikrat dvakratno vsoto in to vsako drugo leto. Na kateri način privarčujemo več?

Naloga 53

Kredit 5000 € odplačamo v štirih zaporednih obrokih, prvi obrok eno leto po zadolžitvi. Kolikšna je anuiteta, če je obrestna mera 6%? Izdelaj amortizacijski načrt.

Naloga 54

Na začetku leta 2010 smo si izposodili 20000€ z obrestno mero 4%, nato pa tri leta kasneje še dodatnih 10000€ z obrestno mero 5%. Na začetku leta 2020 bomo začeli odplačevati dolg s petnajstimi zaporednimi letnimi anuitetami? Koliko znaša anuiteta?

Naloga 55

Avto stane 15000€. Tretjino odplačamo takoj, nato pa preostanek 60 zaporednimi mesečnimi anuitetami. Koliko znaša obrok, če je letna obrestna mera 7%?