



IME IN PRIIMEK: _____

Naloga 1

V trikotniku ABC so znane dolžine stranic $a = 5$ cm, $b = 7$ cm in kot $\gamma = 60^\circ$ med njima. Izračunaj dolžino stranice c .

Rešitev:

$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \\c^2 &= 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ \\c^2 &= 25 + 49 - 70 \cdot 0,5 \\c^2 &= 74 - 35 = 39 \\c &= \sqrt{39} \approx 6,245 \text{ cm}\end{aligned}$$

Naloga 2

V trikotniku DEF so stranice $d = 8$ cm, $e = 6$ cm in $f = 9$ cm. Izračunaj kot δ nasproti stranice d .

Rešitev:

$$\begin{aligned}\cos \delta &= \frac{e^2 + f^2 - d^2}{2ef} \\ \cos \delta &= \frac{6^2 + 9^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 9} \\ \cos \delta &= \frac{36 + 81 - 64}{108} = \frac{53}{108} \approx 0,4907 \\ \delta &\approx \cos^{-1}(0,4907) \approx 60,6^\circ\end{aligned}$$

Naloga 3

Trikotnik ima stranice dolžin 7 m, 9 m in 12 m. Določi največji kot v tem trikotniku.

Rešitev: Največji kot je nasproti najdaljše stranice.

$$\begin{aligned}\cos \gamma &= \frac{7^2 + 9^2 - 12^2}{2 \cdot 7 \cdot 9} \\ \cos \gamma &= \frac{49 + 81 - 144}{126} = \frac{-14}{126} \approx -0,1111 \\ \gamma &\approx \cos^{-1}(-0,1111) \approx 96,4^\circ\end{aligned}$$

Naloga 4

Dve stranici trikotnika merita 10 cm in 12 cm, kot med njima pa je 30° . Kolikšna je tretja stranica?

Rešitev:

$$c^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 30^\circ$$

$$c^2 = 100 + 144 - 240 \cdot 0,866$$

$$c^2 = 244 - 207,84 = 36,16$$

$$c = \sqrt{36,16} = 6,0 \text{ cm}$$

Naloga 5

V trikotniku s stranicami $a = 5 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$ izračunaj vse kote.

Rešitev:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{36 + 49 - 25}{84} = \frac{60}{84} \approx 0,7143$$

$$\alpha \approx 44,4^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{25 + 49 - 36}{70} = \frac{38}{70} \approx 0,5429$$

$$\beta \approx 57,1^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 78,5^\circ$$

Naloga 6

V trikotniku PQR so stranice $p = 13 \text{ cm}$, $q = 14 \text{ cm}$, $r = 15 \text{ cm}$. Izračunaj kot ρ nasproti stranice r .

Rešitev:

$$\cos \rho = \frac{p^2 + q^2 - r^2}{2pq}$$

$$\cos \rho = \frac{169 + 196 - 225}{2 \cdot 13 \cdot 14} = \frac{140}{364} \approx 0,3846$$

$$\rho \approx \cos^{-1}(0,3846) \approx 67,4^\circ$$

Naloga 7

V deltoidu $ABCD$ so diagonale $AC = 12 \text{ cm}$ in $BD = 8 \text{ cm}$, ki se sekata pod kotom 60° . Izračunaj dolžino stranice AB .

Rešitev: Uporabimo kosinusni izrek za polovico deltoida:

$$AO = \frac{AC}{2} = 6 \text{ cm}, \quad BO = \frac{BD}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2 \cdot AO \cdot BO \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$AB^2 = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 52 - 48 \cdot (-0,5) = 52 + 24 = 76$$

$$AB = \sqrt{76} \approx 8,72 \text{ cm}$$

Naloga 8

V enakokrakem trapezu $EFGH$ z osnovnicama $EF = 20 \text{ cm}$ in $GH = 12 \text{ cm}$ ter kraki $EH = FG = 8 \text{ cm}$ izračunaj kote pri daljši osnovnici.

Rešitev: Najprej izračunamo višino in projekcijo kraka:

$$x = \frac{20 - 12}{2} = 4 \text{ cm}$$
$$\cos \epsilon = \frac{x}{EH} = \frac{4}{8} = 0,5$$
$$\epsilon = \cos^{-1}(0,5) = 60^\circ$$

Kota pri daljši osnovnici sta 60° in 120°

Naloga 9

V trikotniku KLM je $k = 9 \text{ cm}$, $l = 11 \text{ cm}$, $m = 13 \text{ cm}$. Izračunaj kot κ nasproti stranice k .

Rešitev:

$$\cos \kappa = \frac{l^2 + m^2 - k^2}{2lm}$$
$$\cos \kappa = \frac{121 + 169 - 81}{2 \cdot 11 \cdot 13} = \frac{209}{286} \approx 0,7308$$
$$\kappa \approx \cos^{-1}(0,7308) \approx 43,0^\circ$$

Naloga 10

V trikotniku XYZ je $x = 5 \text{ cm}$, $y = 7 \text{ cm}$, $z = 9 \text{ cm}$. Določi najmanjši kot v tem trikotniku.

Rešitev: Najmanjši kot je nasproti najkrajše stranice.

$$\cos X = \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2yz}$$
$$\cos X = \frac{49 + 81 - 25}{126} = \frac{105}{126} \approx 0,8333$$
$$X \approx \cos^{-1}(0,8333) \approx 33,6^\circ$$

Naloga 11

V trikotniku ABC je kot $\alpha = 45^\circ$, kot $\beta = 60^\circ$ in stranica $a = 8 \text{ cm}$. Izračunaj dolžino stranice b .

Rešitev: Uporabimo sinusni izrek:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$
$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$
$$b = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ}$$
$$b = \frac{8 \cdot 0,866}{0,707} \approx \frac{6,928}{0,707} \approx 9,80 \text{ cm}$$

Naloga 12

V trikotniku DEF je $d = 10 \text{ cm}$, $e = 12 \text{ cm}$ in kot $\delta = 35^\circ$. Izračunaj možne vrednosti kota ϵ .

Rešitev:

$$\begin{aligned}\frac{d}{\sin \delta} &= \frac{e}{\sin \epsilon} \\ \sin \epsilon &= \frac{e \cdot \sin \delta}{d} \\ \sin \epsilon &= \frac{12 \cdot \sin 35^\circ}{10} \approx \frac{12 \cdot 0,5736}{10} \approx 0,6883 \\ \epsilon_1 &\approx \arcsin(0,6883) \approx 43,5^\circ \\ \epsilon_2 &= 180^\circ - 43,5^\circ = 136,5^\circ\end{aligned}$$

Naloga 13

V trikotniku GHI je $g = 7$ cm, $h = 9$ cm in $\gamma = 50^\circ$. Izračunaj dolžino stranice i .

Rešitev: Najprej poiščemo kot η :

$$\begin{aligned}\frac{g}{\sin \gamma} &= \frac{h}{\sin \eta} \\ \sin \eta &= \frac{h \cdot \sin \gamma}{g} \\ \sin \eta &= \frac{9 \cdot \sin 50^\circ}{7} \approx \frac{9 \cdot 0,766}{7} \approx 0,985 \\ \eta &\approx \arcsin(0,985) \approx 80,1^\circ\end{aligned}$$

Nato izračunamo kot ι in stranico i :

$$\begin{aligned}\iota &= 180^\circ - 50^\circ - 80,1^\circ = 49,9^\circ \\ i &= \frac{g \cdot \sin \iota}{\sin \gamma} \approx \frac{7 \cdot \sin 49,9^\circ}{\sin 50^\circ} \approx \frac{7 \cdot 0,765}{0,766} \approx 7,0 \text{ cm}\end{aligned}$$

Naloga 14

V trikotniku JKL je $j = 6$ cm, $k = 8$ cm in $\lambda = 110^\circ$. Izračunaj dolžino stranice l .

Rešitev:

Uporabimo kosinusni izrek za stranico l :

$$\begin{aligned}l^2 &= j^2 + k^2 - 2jk \cos \lambda \\ l^2 &= 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 110^\circ \\ l^2 &= 100 - 96 \cdot (-0,342) \approx 100 + 32,83 = 132,83 \\ l &\approx \sqrt{132,83} \approx 11,53 \text{ cm}\end{aligned}$$

Naloga 15

V trikotniku MNO je $m = 5$ cm, $n = 7$ cm in $o = 9$ cm. Izračunaj polmer očrtanega kroga.

Rešitev: Najprej poiščemo kot μ s kosinusnim izrekom:

$$\begin{aligned}\cos \mu &= \frac{n^2 + o^2 - m^2}{2no} \\ \cos \mu &= \frac{49 + 81 - 25}{126} = \frac{105}{126} \approx 0,8333 \\ \mu &\approx \arccos(0,8333) \approx 33,6^\circ\end{aligned}$$

Nato uporabimo sinusni izrek za polmer očrtanega kroga:

$$2R = \frac{m}{\sin \mu}$$
$$R = \frac{m}{2 \sin \mu} \approx \frac{5}{2 \cdot \sin 33,6^\circ} \approx \frac{5}{2 \cdot 0,553} \approx 4,52 \text{ cm}$$

Naloga 16

V pravokotnem trikotniku PQR s pravim kotom pri oglišču P je $q = 6 \text{ cm}$ in $r = 8 \text{ cm}$. Izračunaj polmer očrtanega kroga.

Rešitev: V pravokotnem trikotniku je polmer očrtanega kroga enak polovici hipotenuze:

$$p = \sqrt{q^2 + r^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ cm}$$
$$R = \frac{p}{2} = 5 \text{ cm}$$

Naloga 17

V trikotniku STU je $s = 12 \text{ cm}$, $t = 15 \text{ cm}$ in $\sigma = 40^\circ$. Ali obstajata dva različna trikotnika s temi podatki?

Rešitev: Preverimo možnost dveh rešitev:

$$\sin \tau = \frac{t \cdot \sin \sigma}{s} = \frac{15 \cdot \sin 40^\circ}{12} \approx \frac{15 \cdot 0,6428}{12} \approx 0,8035$$
$$\tau_1 \approx \arcsin(0,8035) \approx 53,5^\circ$$
$$\tau_2 = 180^\circ - 53,5^\circ = 126,5^\circ$$

Ker sta oba kota možna, obstajata dva različna trikotnika s temi podatki.

Naloga 18

V trikotniku VWX je $v = 10 \text{ cm}$, $w = 14 \text{ cm}$ in $\omega = 120^\circ$. Izračunaj dolžino stranice x .

Rešitev: Najprej poiščemo kot ν :

$$\frac{v}{\sin \nu} = \frac{w}{\sin \omega}$$
$$\sin \nu = \frac{v \cdot \sin \omega}{w}$$
$$\sin \nu = \frac{10 \cdot \sin 120^\circ}{14} \approx \frac{10 \cdot 0,866}{14} \approx 0,6186$$
$$\nu \approx \arcsin(0,6186) \approx 38,2^\circ$$

Nato izračunamo kot ξ in stranico x :

$$\xi = 180^\circ - 120^\circ - 38,2^\circ = 21,8^\circ$$
$$x = \frac{v \cdot \sin \xi}{\sin \nu} \approx \frac{10 \cdot \sin 21,8^\circ}{\sin 38,2^\circ} \approx \frac{10 \cdot 0,3714}{0,6186} \approx 6,0 \text{ cm}$$

Naloga 19

V trikotniku YZA je $y = 8 \text{ cm}$, $z = 10 \text{ cm}$ in $\alpha = 30^\circ$. Izračunaj ploščino trikotnika.

Rešitev: Najprej poiščemo kot ζ :

$$\begin{aligned}\frac{z}{\sin \zeta} &= \frac{a}{\sin \alpha} \\ \sin \zeta &= \frac{z \cdot \sin \alpha}{y} \\ \sin \zeta &= \frac{10 \cdot \sin 30^\circ}{8} = \frac{10 \cdot 0,5}{8} = 0,625 \\ \zeta &\approx \arcsin(0,625) \approx 38,7^\circ\end{aligned}$$

Nato izračunamo ploščino:

$$\begin{aligned}P &= \frac{1}{2}yz \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ \\ P &= 40 \cdot 0,5 = 20 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Naloga 20

V trikotniku BCD je $b = 9 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$ in $\delta = 75^\circ$. Izračunaj dolžino stranice d in polmer očrtanega kroga.

Rešitev: Najprej poiščemo kot β :

$$\begin{aligned}\frac{b}{\sin \beta} &= \frac{d}{\sin \delta} \\ \sin \beta &= \frac{b \cdot \sin \delta}{c} \\ \sin \beta &= \frac{9 \cdot \sin 75^\circ}{12} \approx \frac{9 \cdot 0,9659}{12} \approx 0,7244 \\ \beta &\approx \arcsin(0,7244) \approx 46,4^\circ\end{aligned}$$

Nato izračunamo kot γ in stranico d :

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - 75^\circ - 46,4^\circ = 58,6^\circ \\ d &= \frac{c \cdot \sin \delta}{\sin \gamma} \approx \frac{12 \cdot \sin 75^\circ}{\sin 58,6^\circ} \approx \frac{12 \cdot 0,9659}{0,8536} \approx 13,58 \text{ cm}\end{aligned}$$

Polmer očrtanega kroga:

$$\begin{aligned}2R &= \frac{d}{\sin \delta} \\ R &= \frac{d}{2 \sin \delta} \approx \frac{13,58}{2 \cdot \sin 75^\circ} \approx \frac{13,58}{1,9318} \approx 7,03 \text{ cm}\end{aligned}$$

Seveda! Tukaj je 15 nalog o ploščini trikotnika s kotnimi funkcijami in primeri, kjer so znane vse tri stranice. Rešitve so priložene.

Naloga 21

Izračunaj ploščino trikotnika s stranicami $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ in vključenim kotom $\gamma = 60^\circ$.

Rešitev:

Ploščina se izračuna po formuli:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{35\sqrt{3}}{4} \approx 7,57 \text{ cm}^2$$

Naloga 22

Trikotnik ima stranice $a = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ in kot $\beta = 45^\circ$ med njima. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2} \approx 16.97 \text{ cm}^2$$

Naloga 23

Določi ploščino trikotnika s stranicami $b = 10 \text{ m}$, $c = 12 \text{ m}$ in kotom $\alpha = 30^\circ$ med njima.

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ m}^2$$

Naloga 24

Trikotnik ima stranice $a = 9 \text{ cm}$, $b = 13 \text{ cm}$ in $c = 14 \text{ cm}$. Izračunaj njegovo ploščino s Heronovo formulo.

Rešitev:

Najprej izračunamo polobseg s :

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{9 + 13 + 14}{2} = 18$$

Nato uporabimo Heronovo formulo:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 4} = \sqrt{3240} = 18\sqrt{10} \approx 56.92 \text{ cm}^2$$

Naloga 25

Izračunaj ploščino trikotnika s stranicami $a = 7 \text{ m}$, $b = 24 \text{ m}$ in $c = 25 \text{ m}$.

Rešitev:

Ker je $7^2 + 24^2 = 25^2$, je trikotnik pravokoten, zato:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 24 = 84 \text{ m}^2$$

Naloga 26

Trikotnik ima stranice $a = 5 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ in kot $\gamma = 120^\circ$. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ = 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \approx 12.99 \text{ cm}^2$$

Naloga 27

Določi ploščino trikotnika s stranicami $a = 11 \text{ m}$, $b = 12 \text{ m}$ in $c = 13 \text{ m}$.

Rešitev:

$$\text{Polobseg } s = \frac{11 + 12 + 13}{2} = 18.$$

$$P = \sqrt{18 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \sqrt{3780} = 6\sqrt{105} \approx 61.48 \text{ m}^2$$

Naloga 28

Trikotnik ima stranice $a = 8$ cm, $c = 10$ cm in kot $\beta = 75^\circ$. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \sin 75^\circ \approx 40 \cdot 0.9659 \approx 38.64 \text{ cm}^2$$

Naloga 29

Izračunaj ploščino enakostraničnega trikotnika s stranico $a = 6$ cm.

Rešitev:

Ploščina enakostraničnega trikotnika:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \approx 15.59 \text{ cm}^2$$

Naloga 30

Trikotnik ima stranice $a = 3$ m, $b = 4$ m in $c = 5$ m. Dokaži, da je pravokoten, in izračunaj njegovo ploščino.

Rešitev:

Ker $3^2 + 4^2 = 5^2$, je trikotnik pravokoten:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ m}^2$$

Naloga 31

Izračunaj ploščino trikotnika s stranicami $a = 7$ cm, $b = 8$ cm in kotom $\gamma = 150^\circ$.

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin 150^\circ = 28 \cdot \frac{1}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

Naloga 32

Določi ploščino trikotnika s stranicami $a = 10$ m, $b = 17$ m in $c = 21$ m.

Rešitev:

$$\text{Polobseg } s = \frac{10 + 17 + 21}{2} = 24.$$

$$P = \sqrt{24 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 3} = \sqrt{7056} = 84 \text{ m}^2$$

Naloga 33

Trikotnik ima stranice $a = 12$ cm, $b = 16$ cm in kot $\gamma = 90^\circ$. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

Ker je $\gamma = 90^\circ$, je trikotnik pravokoten:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96 \text{ cm}^2$$

Naloga 34

Izračunaj ploščino trikotnika s stranicami $a = 5 \text{ m}$, $b = 5 \text{ m}$ in $c = 6 \text{ m}$.

Rešitev:

$$\text{Polobseg } s = \frac{5 + 5 + 6}{2} = 8.$$

$$P = \sqrt{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{144} = 12 \text{ m}^2$$

Naloga 35

Trikotnik ima stranice $a = 9 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ in kot $\gamma = 30^\circ$. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 54 \cdot \frac{1}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

Naloga 36

Paralelogram ima stranici $a = 8 \text{ cm}$ in $b = 5 \text{ cm}$, ter kot $\alpha = 60^\circ$ med njima. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

Ploščina paralelograma:

$$P = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 8 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \approx 34.64 \text{ cm}^2$$

Naloga 37

Romb ima stranico $a = 6 \text{ cm}$ in en kot 60° . Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

Ker ima romb vse stranice enake, velja:

$$P = a^2 \cdot \sin \alpha = 6^2 \cdot \sin 60^\circ = 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \approx 31.18 \text{ cm}^2$$

Naloga 38

Paralelogram ima diagonali $d_1 = 10 \text{ cm}$ in $d_2 = 8 \text{ cm}$, ki se sekata pod kotom 45° . Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

Ploščina paralelograma prek diagonal:

$$P = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sin 45^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} \approx 28.28 \text{ cm}^2$$

Naloga 39

Romb ima diagonali $d_1 = 12$ m in $d_2 = 16$ m. Kolikšna je njegova ploščina in dolžina stranice?

Rešitev:

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ m}^2$$

2. ****Stranica romba**** (po Pitagorovem izreku):

$$a = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

Naloga 40

Paralelogram ima stranici $a = 7$ cm in $b = 9$ cm, ter diagonalo $d_1 = 10$ cm. Kolikšna je ploščina paralelograma?

Rešitev: Uporabimo ****kosinusni izrek**** za iskanje kota α :

$$d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha \implies 10^2 = 7^2 + 9^2 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$100 = 49 + 81 - 126 \cos \alpha \implies \cos \alpha = \frac{30}{126} = \frac{5}{21}$$

Nato izračunamo $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{21}\right)^2} = \sqrt{\frac{416}{441}} = \frac{4\sqrt{26}}{21}$$

Ploščina:

$$P = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 7 \cdot 9 \cdot \frac{4\sqrt{26}}{21} = 12\sqrt{26} \approx 61.19 \text{ cm}^2$$

Naloga 41

Romb ima ploščino 50 cm^2 in eno diagonalo $d_1 = 10$ cm. Kolikšna je druga diagonala?

Rešitev:

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \implies 50 = \frac{10 \cdot d_2}{2} \implies d_2 = 10 \text{ cm}$$

Naloga 42

Paralelogram ima stranici $a = 5$ m in $b = 12$ m, ter kot $\alpha = 150^\circ$ med njima. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 5 \cdot 12 \cdot \sin 150^\circ = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ m}^2$$

Naloga 43

Romb ima stranico $a = 13$ cm in eno diagonalo $d_1 = 24$ cm. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

1. Najprej poiščemo drugo diagonalo d_2 :

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2 \implies 12^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 13^2 \implies \frac{d_2}{2} = \sqrt{25} = 5 \implies d_2 = 10 \text{ cm}$$

2. Ploščina:

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

Naloga 44

Paralelogram ima diagonali $d_1 = 14 \text{ m}$ in $d_2 = 10 \text{ m}$, ter kot $\theta = 120^\circ$ med njima. Kolikšna je njegova ploščina?

Rešitev:

$$P = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10 \cdot \sin 120^\circ = 70 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 35\sqrt{3} \approx 60.62 \text{ m}^2$$

Naloga 45

Romb ima ploščino 96 cm^2 in stranico $a = 10 \text{ cm}$. Kolikšna je višina romba?

$$P = a \cdot v \implies 96 = 10 \cdot v \implies v = 9.6 \text{ cm}$$

Naloga 46

Trapez $ABCD$ z osnovnicama $AB = 10 \text{ cm}$ in $CD = 6 \text{ cm}$ ter kotoma $\angle BAD = 30^\circ$ in $\angle ABC = 60^\circ$. Izračunaj ploščino trapeza.

Rešitev Višina trapeza je $h = AB \cdot \sin(30^\circ) = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$. Ploščina je $P = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{10+6}{2} \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{40 \text{ cm}^2}$.

Naloga 47

V enakokrakem trapezu $ABCD$ z osnovnicama $AB = 12 \text{ cm}$ in $CD = 8 \text{ cm}$ ter krakoma $AD = BC = 5 \text{ cm}$ izračunaj ploščino. Uporabi kosinusni izrek za določitev kota.

Rešitev Najprej poiščemo višino: $\cos(\alpha) = \frac{12-8}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10} = 0.4 \implies \alpha \approx 66.42^\circ$. $h = AD \cdot \sin(\alpha) \approx 5 \cdot \sin(66.42^\circ) \approx 4.583 \text{ cm}$. Ploščina je $P = \frac{12+8}{2} \cdot 4.583 \approx 45.83 \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{45.83 \text{ cm}^2}$.

Naloga 48

Paralelogram $ABCD$ ima diagonali $AC = 12 \text{ cm}$ in $BD = 8 \text{ cm}$. Diagonali se sekata pod kotom 60° . Izračunaj ploščino paralelograma.

Rešitev Ploščina deltoida je $P = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin(\theta)}{2} = \frac{12 \cdot 8 \cdot \sin(60^\circ)}{2} = 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{24\sqrt{3} \text{ cm}^2}$.

Naloga 49

Deltoid $ABCD$ ima stranice $AB = AD = 6 \text{ cm}$ in $BC = CD = 4 \text{ cm}$. Kot med stranicama AB in BC je 120° . Izračunaj ploščino deltoida.

Rešitev Uporabimo kosinusni izrek za trikotnik ABC : $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos(120^\circ) = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot (-0.5) = 76$. Nato uporabimo Heronovo formulo za trikotnika ABC in ADC ter seštejemo ploščini. Odgovor: $\boxed{6\sqrt{19} \text{ cm}^2}$.

Naloga 50

Trapez $ABCD$ ima osnovnico $AB = 15$ cm, $CD = 9$ cm in kraka $AD = 5$ cm, $BC = 7$ cm. Določi ploščino trapeza s pomočjo kosinusnega izreka.

Rešitev Najprej poiščemo kota ob osnovnici: $\cos(\alpha) = \frac{15 - 9}{5 + 7} = \frac{6}{12} = 0.5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$. Višina je $h = AD \cdot \sin(60^\circ) = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 4.330$ cm. Ploščina je $P = \frac{15 + 9}{2} \cdot 4.330 \approx 51.96 \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{51.96 \text{ cm}^2}$.

Naloga 51

Deltoid $ABCD$ ima stranici $AB = BC = 7$ cm in $AD = DC = 5$ cm. Kot med AB in AD je 45° . Izračunaj ploščino deltoida.

Rešitev Razdelimo deltoid na dva trikotnika in uporabimo formulo $P = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin(45^\circ) + \frac{1}{2} \cdot CB \cdot CD \cdot \sin(45^\circ)$. $P = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = \frac{35\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{\frac{35\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2}$.

Naloga 52

Trapez $ABCD$ ima osnovnici $AB = 20$ cm, $CD = 10$ cm in diagonali $AC = 16$ cm, $BD = 14$ cm. Določi ploščino trapeza s pomočjo sinusnega izreka.

Rešitev Uporabimo formulo za ploščino štirikotnika s poznanimi diagonalami in kotom θ med njimi: $P = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin(\theta)$. Najprej poiščemo θ s kosinusnim izrekom v trikotniku, ki ga tvorita diagonali in razlika osnovnic. Odgovor: $\boxed{96 \text{ cm}^2}$ (po poenostavitvi).

Naloga 53

Deltoid $ABCD$ ima diagonali $AC = 10$ cm in $BD = 6$ cm. Kot med AB in BC je 75° . Izračunaj ploščino deltoida.

Rešitev Ploščina je $P = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin(75^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \sin(75^\circ) \approx 28.98 \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{28.98 \text{ cm}^2}$.

Naloga 54

Trapez $ABCD$ z osnovnicama $AB = 18$ cm in $CD = 12$ cm ter kotoma $\angle ABC = 45^\circ$ in $\angle BCD = 60^\circ$. Izračunaj ploščino.

Rešitev Višina h iz točke C na AB je $h = BC \cdot \sin(45^\circ)$. Iz trikotnika BCD dobimo $BC = \frac{h}{\sin(60^\circ)}$. Rešimo sistem in dobimo $h \approx 8.485$ cm. Ploščina je $P = \frac{18 + 12}{2} \cdot 8.485 \approx 127.28 \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{127.28 \text{ cm}^2}$.

Naloga 55

Deltoid $ABCD$ ima stranici $AB = AD = 8$ cm in $CB = CD = 6$ cm. Kot med AB in CB je 120° . Izračunaj ploščino deltoida.

Rešitev Ploščino izračunamo kot vsoto ploščin trikotnikov ABC in ADC : $P = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CB \cdot \sin(120^\circ) \cdot 2 = 8 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Odgovor: $\boxed{24\sqrt{3} \text{ cm}^2}$.

Naloga 56

Romb ima stranico dolžine $a = 5$ cm in višino $v = 4$ cm. Izračunaj ploščino romba.

Rešitev

Ploščina romba je $S = a \cdot v = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$.

Naloga 57

Diagonali romba merita $d_1 = 8$ cm in $d_2 = 6$ cm. Izračunaj ploščino in obseg romba.

Rešitev

Ploščina: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$.

Obseg: Stranico a izračunamo s pomočjo Pitagorovega izreka: $a = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$.

Obseg: $O = 4a = 20 \text{ cm}$.

Naloga 58

Stranica romba je $a = 7$ cm, kot ob osnovnici pa $\alpha = 60^\circ$. Izračunaj višino romba.

Rešitev

Višina: $v = a \cdot \sin \alpha = 7 \text{ cm} \cdot \sin 60^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 6.06 \text{ cm}$.

Naloga 59

Ploščina romba je $S = 24 \text{ cm}^2$, ena diagonala pa $d_1 = 6$ cm. Koliko meri druga diagonala?

Rešitev

$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \implies d_2 = \frac{2S}{d_1} = \frac{48}{6} = 8 \text{ cm}$.

Naloga 60

Obseg romba je $O = 20$ cm, višina pa $v = 3$ cm. Izračunaj ploščino romba.

Rešitev

Stranica: $a = \frac{O}{4} = 5 \text{ cm}$.

Ploščina: $S = a \cdot v = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$.

Naloga 61

Diagonali romba sta v razmerju $d_1 : d_2 = 3 : 4$, obseg pa $O = 40$ cm. Določi dolžini obeh diagonal.

Rešitev

Naj bo $d_1 = 3k$, $d_2 = 4k$.

Stranica: $a = \frac{O}{4} = 10 \text{ cm}$.

Po Pitagorovem izreku: $\left(\frac{3k}{2}\right)^2 + \left(\frac{4k}{2}\right)^2 = 10^2$.

Rešitev: $k = 4$, torej $d_1 = 12$ cm, $d_2 = 16$ cm.

Naloga 62

V rombu z diagonalo $d_1 = 10$ cm je kot med stranico in daljšo diagonalo $\alpha = 30^\circ$. Izračunaj ploščino romba.

Rešitev

Polovica diagonale: $\frac{d_1}{2} = 5$ cm.

Stranica: $a = \frac{5}{\cos 30^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}}$ cm.

Druga diagonala: $d_2 = 2 \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{20}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{\sqrt{3}}$ cm.

Ploščina: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{10 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}}}{2} \approx 28.87$ cm².

Naloga 63

Romb ima ploščino $S = 48$ cm² in stranico $a = 8$ cm. Kolikšna je višina romba?

Rešitev

$S = a \cdot v \implies v = \frac{S}{a} = \frac{48}{8} = 6$ cm.

Naloga 64

Diagonali romba se razlikujeta za 2 cm, ploščina pa je $S = 24$ cm². Določi dolžini diagonal.

Rešitev

Naj bo $d_1 = x$, $d_2 = x + 2$.

$\frac{x(x+2)}{2} = 24 \implies x^2 + 2x - 48 = 0$.

Rešitvi: $x = 6$ (ker je pozitivna), torej $d_1 = 6$ cm, $d_2 = 8$ cm.

Naloga 65

V rombu je kot $\alpha = 45^\circ$, ploščina pa $S = 32\sqrt{2}$ cm². Koliko meri stranica romba?

Rešitev

Ploščina: $S = a^2 \cdot \sin \alpha \implies 32\sqrt{2} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \implies a^2 = 64 \implies a = 8$ cm.

Naloga 66

Paralelogram ima stranici $a = 8$ cm in $b = 6$ cm ter kot med njima $\alpha = 45^\circ$. Izračunaj ploščino paralelograma.

Rešitev

Ploščina: $S = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 8 \cdot 6 \cdot \sin 45^\circ = 48 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 33.94$ cm².

Naloga 67

Paralelogram ima ploščino 40 cm^2 in višino $v_a = 5 \text{ cm}$. Koliko meri pripadajoča osnovnica a ?

Rešitev

$$S = a \cdot v_a \implies a = \frac{S}{v_a} = \frac{40}{5} = 8 \text{ cm}.$$

Naloga 68

V paralelogramu merita diagonali $d_1 = 10 \text{ cm}$ in $d_2 = 8 \text{ cm}$, kot med njima pa $\theta = 60^\circ$. Izračunaj ploščino.

$$\text{Rešitev } S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 34.64 \text{ cm}^2.$$

Naloga 69

Paralelogram ima stranico $a = 12 \text{ cm}$ in višino $v_b = 4 \text{ cm}$ na stranico b . Izračunaj ploščino in dolžino stranice b .

Rešitev

$$\text{Ploščina: } S = b \cdot v_b = 12 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Stranica } b: b = \frac{S}{a} = \frac{48}{12} = 4 \text{ cm (napaka v podatkih, ker } v_b \leq b).$$

Naloga 70

V paralelogramu je razmerje stranic $a : b = 3 : 2$, obseg pa $O = 30 \text{ cm}$. Določi dolžini stranic.

Rešitev

$$a = 3k, b = 2k, O = 2(a + b) = 10k = 30 \implies k = 3.$$

$$\text{Stranici: } a = 9 \text{ cm, } b = 6 \text{ cm}.$$

Naloga 71

Paralelogram ima diagonali $d_1 = 2x$ in $d_2 = 3x$, ploščina pa $S = 54 \text{ cm}^2$. Določi x in diagonali.

Rešitev

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 3x = 3x^2 = 54 \implies x = \sqrt{18} \approx 4.24 \text{ cm}.$$

$$\text{Diagonali: } d_1 \approx 8.48 \text{ cm, } d_2 \approx 12.73 \text{ cm}.$$

Naloga 72

V paralelogramu merita stranici $a = 7 \text{ cm}$ in $b = 5 \text{ cm}$, en kot pa $\alpha = 120^\circ$. Izračunaj dolžini diagonal.

Rešitev

$$\text{Diagonali: } d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(180^\circ - \alpha)} = \sqrt{49 + 25 + 35} \approx 10.44 \text{ cm, } d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha} = \sqrt{49 + 25 - 35} \approx 6.24 \text{ cm}.$$

Naloga 73

Paralelogram ima ploščino 60 cm^2 , stranico $a = 10 \text{ cm}$ in kot $\alpha = 30^\circ$. Koliko meri stranica b ?

Rešitev

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha \implies b = \frac{S}{a \sin \alpha} = \frac{60}{10 \cdot 0.5} = 12 \text{ cm.}$$

Naloga 74

V paralelogramu je razmerje diagonal $d_1 : d_2 = 5 : 7$, ploščina pa $S = 70 \text{ cm}^2$. Določi diagonali, če je kot med njima $\theta = 45^\circ$.

Rešitev

$$d_1 = 5k, d_2 = 7k, S = \frac{1}{2} \cdot 5k \cdot 7k \cdot \sin 45^\circ = \frac{35k^2\sqrt{2}}{4} = 70 \implies k \approx 1.51.$$

Diagonali: $d_1 \approx 7.55 \text{ cm}$, $d_2 \approx 10.57 \text{ cm}$.

Naloga 75

Paralelogram ima obseg 36 cm , višino $v_a = 5 \text{ cm}$ in kot $\alpha = 60^\circ$. Določi stranici.

Rešitev

$$O = 2(a + b) = 36 \implies a + b = 18.$$

$$\text{Iz višine: } v_a = b \sin \alpha \implies b = \frac{v_a}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin 60^\circ} \approx 5.77 \text{ cm.}$$

Potem $a \approx 18 - 5.77 = 12.23 \text{ cm}$.

Naloga 76

Enakokraki trapez ima osnovnici $a = 12 \text{ cm}$ in $c = 6 \text{ cm}$, ter kot ob osnovnici $\alpha = 45^\circ$.

1. Kolikšna je višina trapeza?
2. Izračunaj dolžino kraka.
3. Kolikšna je ploščina trapeza?

Rešitev:

$$1. v = \frac{a - c}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{6}{2} \cdot 1 = 3 \text{ cm}$$

$$2. b = \frac{a - c}{2 \cos \alpha} = \frac{6}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 4.24 \text{ cm}$$

$$3. S = \frac{a + c}{2} \cdot v = \frac{18}{2} \cdot 3 = 27 \text{ cm}^2$$

Naloga 77

Pravokotni trapez ima osnovnici $a = 10 \text{ cm}$ in $c = 6 \text{ cm}$, ter višino $v = 4 \text{ cm}$.

1. Kolikšna je dolžina krajše stranske stranice?
2. Izračunaj dolžino diagonale.
3. Kolikšen je obseg trapeza?

Rešitev:

$$1. d = v = 4 \text{ cm}$$

2. $f = \sqrt{(a-c)^2 + v^2} = \sqrt{16 + 16} \approx 5.66 \text{ cm}$
3. $b = \sqrt{(a-c)^2 + v^2} = \sqrt{16 + 16} \approx 5.66 \text{ cm}$
 $O = a + c + v + b \approx 10 + 6 + 4 + 5.66 \approx 25.66 \text{ cm}$

Naloga 78

Trapez ima ploščino 60 cm^2 , višino 5 cm in eno osnovnico 8 cm .

1. Kolikšna je druga osnovnica?
2. Če je krajša osnovnica $c = 6 \text{ cm}$, kolikšen je kot ob daljši osnovnici?

Rešitev:

1. $S = \frac{a+c}{2} \cdot v \Rightarrow 60 = \frac{8+c}{2} \cdot 5 \Rightarrow c = 16 \text{ cm}$
2. $\tan \alpha = \frac{v}{(a-c)/2} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Naloga 79

Enakokraki trapez ima diagonalo 10 cm in osnovnico $a = 12 \text{ cm}$.

1. Izračunaj dolžino kraka, če je kota ob osnovnici 60° .
2. Kolikšna je ploščina trapeza?

Rešitev:

1. $f = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta}$
 $10 = \sqrt{144 + b^2 - 12b} \Rightarrow b \approx 5.23 \text{ cm}$
2. $v = b \sin 60^\circ \approx 4.53 \text{ cm}$
 $c = a - 2b \cos 60^\circ \approx 6.77 \text{ cm}$
 $S \approx \frac{12 + 6.77}{2} \cdot 4.53 \approx 42.48 \text{ cm}^2$

Naloga 80

Trapez ima razmerje osnovnic $3 : 2$, višino 6 cm in ploščino 75 cm^2 .

1. Določi dolžini osnovnic.
2. Izračunaj obseg, če je trapez enakokrak.

Rešitev:

1. $a = 3k, c = 2k$
 $75 = \frac{3k + 2k}{2} \cdot 6 \Rightarrow k = 5$
 $a = 15 \text{ cm}, c = 10 \text{ cm}$
2. $b = \sqrt{\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + v^2} = \sqrt{6.25 + 36} \approx 6.5 \text{ cm}$
 $O \approx 15 + 10 + 2 \cdot 6.5 = 38 \text{ cm}$

Naloga 81

V pravokotnem trapezu merita diagonali 13 cm in $\sqrt{89} \text{ cm}$, višina pa je 5 cm .

1. Določi dolžini osnovnic.
2. Kolikšen je obseg trapeza?

Rešitev:

1. $f_1 = \sqrt{a^2 + v^2} = 13 \Rightarrow a = 12 \text{ cm}$
 $f_2 = \sqrt{c^2 + v^2} = \sqrt{89} \Rightarrow c = 8 \text{ cm}$
2. $b = \sqrt{(a - c)^2 + v^2} = \sqrt{16 + 25} \approx 6.4 \text{ cm}$
 $O \approx 12 + 8 + 5 + 6.4 \approx 31.4 \text{ cm}$

Naloga 82

Enakokraki trapez ima obseg 40 cm, osnovnico $a = 12 \text{ cm}$ in krak $b = 6 \text{ cm}$.

1. Kolikšna je druga osnovnica?
2. Izračunaj ploščino trapeza.

Rešitev:

1. $O = a + c + 2b \Rightarrow 40 = 12 + c + 12 \Rightarrow c = 16 \text{ cm}$
2. $v = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a - c}{2}\right)^2} = \sqrt{36 - 4} \approx 5.66 \text{ cm}$
 $S \approx \frac{12 + 16}{2} \cdot 5.66 \approx 79.24 \text{ cm}^2$

Naloga 83

Trapez ima osnovnici 9 cm in 5 cm, ter kota ob daljši osnovnici 30° in 60° .

1. Kolikšna je višina trapeza?
2. Izračunaj dolžini neparalelnih stranic.
3. Kolikšna je ploščina trapeza?

Rešitev:

1. $v = \frac{a - c}{\cot \alpha + \cot \beta} = \frac{4}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} \approx 1.73 \text{ cm}$
2. $b_1 = \frac{v}{\sin \alpha} \approx 3.46 \text{ cm}$, $b_2 = \frac{v}{\sin \beta} \approx 2 \text{ cm}$
3. $S = \frac{9 + 5}{2} \cdot 1.73 \approx 12.11 \text{ cm}^2$

Naloga 84

Trapez ima ploščino 84 cm^2 , višino 7 cm in eno osnovnico 10 cm.

1. Kolikšna je druga osnovnica?
2. Če je trapez enakokrak, kolikšen je obseg?

Rešitev:

1. $84 = \frac{10 + c}{2} \cdot 7 \Rightarrow c = 14 \text{ cm}$

$$2. b = \sqrt{\left(\frac{14-10}{2}\right)^2 + 7^2} \approx 7.28 \text{ cm}$$
$$O \approx 10 + 14 + 2 \cdot 7.28 \approx 38.56 \text{ cm}$$

Naloga 85

V trapezu se diagonali sekata pod pravim kotom. Višina je 4 cm, razmerje osnovnic pa 2 : 1.

1. Določi dolžini osnovnic.
2. Izračunaj ploščino trapeza.

Rešitev:

1. $v = \sqrt{ac} \Rightarrow 4 = \sqrt{2k \cdot k} \Rightarrow k = 2\sqrt{2}$
 $a \approx 5.66 \text{ cm}, c \approx 2.83 \text{ cm}$
2. $S = \frac{a+c}{2} \cdot v \approx \frac{5.66 + 2.83}{2} \cdot 4 \approx 16.98 \text{ cm}^2$