

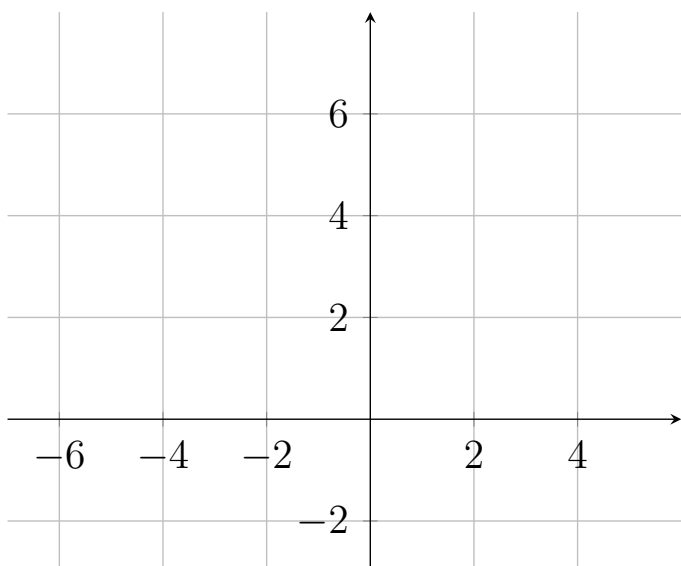
Ime in priimek: _____

Naloga 1:

10 točk

Podana je elipsa z gorišči $F_1(-1, -1)$ in $F_2(-1, 7)$ in veliko polosjo 5.

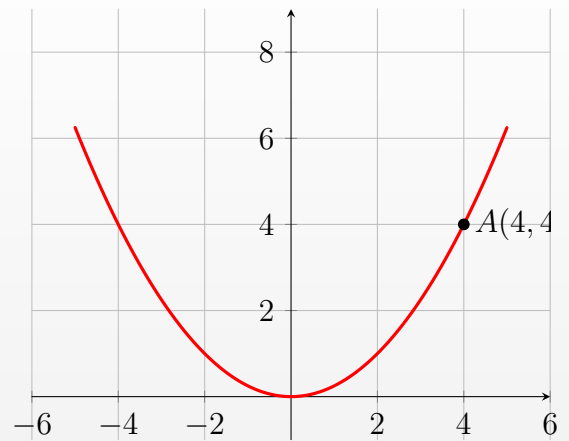
- a) Zapišite enačbo te elipse v središčni obliki.
- b) Izračunaj temena elipse na mali osi in numerično ekscentričnost.
- c) Določi funkcijo na zgornji polovici te elipse in jo nariši.



Hiperbola je podana z enačbo v splošni obliki $x^2 - 4y^2 + 8y - 8 = 0$.

- a) Enačbo preoblikujte v središčno obliko in določite središče $S(p, q)$ ter polosi a in b .
- b) Določite gorišči in zapišite enačbi obeh asimptot.
- c) Izračunajte numerično ekscentričnost ε in določi razdaljo med temenoma.

- a) Parabola ima teme v koordinatnem izhodišču in poteka skozi točko $A(4, 4)$. Os parabole sovpada z osjo y . Zapišite njeno enačbo, določite gorišče F in enačbo vodnice.
- b) Izračunajte presečišča te parabole s krožnico $x^2 + y^2 = 45$.



a) V trikotniku s stranicami $a = 13$ cm, $b = 14$ cm in $c = 15$ cm izračunajte ploščino trikotnika in velikost najmanjšega notranjega kota. Koliko meri ploščina včrtanega kroga?

b) Podan je enakokraki trapez $ABCD$ z osnovnicama $a = 12$ cm, $c = 6$ cm in krakom $b = 5$ cm. Izračunajte višino trapeza, njegovo ploščino in dolžino diagonale. Trapezu očrtaj krog in določi dolžino loka očrtane krožnice nad krajšo osnovnico.

Kriterij ocenjevanja (Skupaj 50 točk):

Točke	0 - 22	22.5 - 29.5	30 - 37	37.5 - 44.5	45 - 50
Ocena	nezadostno (1)	zadostno (2)	dobro (3)	prav dobro (4)	odlično (5)

*Rešitve nalog - Različica B

*1. Naloga: Elipsa a) Središče $S(-1, 2)$, $a = 5$. Iz $e^2 = a^2 - b^2$ dobimo $3^2 = 5^2 - b^2 \Rightarrow 9 = 25 - b^2 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$. Enačba: $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$.

b) Gorišči: $F_1(-1-3, 2) = F_1(-4, 2)$ in $F_2(-1+3, 2) = F_2(2, 2)$.

Temeni na mali osi: $B_1(-1, 2+4) = B_1(-1, 6)$ in $B_2(-1, 2-4) = B_2(-1, -2)$.

c) Iz enačbe izrazimo y : $(y-2)^2 = 16(1 - \frac{(x+1)^2}{25}) \Rightarrow y = 2 + 4\sqrt{1 - \frac{(x+1)^2}{25}}$.

*2. Naloga: Hiperbola a) $9(x^2 - 2x + 1) - 16(y^2 + 4y + 4) = 199 + 9 - 64$

$9(x-1)^2 - 16(y+2)^2 = 144 / :144$

$\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$. Središče $S(1, -2)$, $a = 4, b = 3$.

b) $e^2 = a^2 + b^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow e = 5$. Gorišči $F_1(-4, -2), F_2(6, -2)$.

Asimptoti: $y + 2 = \pm \frac{3}{4}(x - 1)$.

c) $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{5}{4} = 1.25$. Razdalja med temenoma $2a = 8$.

*3. Naloga: Parabola a) Os na $y \Rightarrow x^2 = 2py$. Vstavimo $A(4, 4)$: $16 = 2p(4) \Rightarrow 8p = 16 \Rightarrow p = 2$.

Enačba: $x^2 = 4y$. Gorišče $F(0, p/2) = F(0, 1)$, vodnica $y = -1$.

b) Sistem: $x^2 = 4y$ in $x^2 + y^2 = 32$.

Vstavimo: $4y + y^2 = 32 \Rightarrow y^2 + 4y - 32 = 0 \Rightarrow (y+8)(y-4) = 0$.

$y = 4 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$. Presečišči sta $P_1(4, 4)$ in $P_2(-4, 4)$. ($y = -8$ ni rešitev za to parabolo).

*4. Naloga: Trigonometrija a) $s = (13 + 14 + 15)/2 = 21$.

$S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{7056} = 84 \text{ cm}^2$.

Največji kot (nasproti stranice $c = 15$): $15^2 = 13^2 + 14^2 - 2 \cdot 13 \cdot 14 \cdot \cos \gamma$.

$225 = 169 + 196 - 364 \cos \gamma \Rightarrow 364 \cos \gamma = 140 \Rightarrow \cos \gamma \approx 0.3846 \Rightarrow \gamma \approx 67.38^\circ$.

b) Višina v enakokrakem trapezu: $x = (a - c)/2 = (12 - 6)/2 = 3 \text{ cm}$.

$v^2 = b^2 - x^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \text{ cm}$.

$S = \frac{12+6}{2} \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$.

Diagonala e : $e^2 = v^2 + (a - x)^2 = 4^2 + 9^2 = 16 + 81 = 97 \Rightarrow e = \sqrt{97} \approx 9.85 \text{ cm}$.