



Ime in Priimek: _____

Naloga 1:

4 + 6

Polkroglo s prostornino $V = 144\pi \text{ cm}^3$ pretalimo v enakostranični valj (osni presek valja je kvadrat).

- a) Izračunaj površino polkrogle (skupaj z osnovno ploskvijo).
- b) Izračunaj površino plašča valja.

Naloga 2:

6 + 3

Pravilni tristrani prizmi meri površina plašča $S_{pl} = 90 \text{ cm}^2$, ploščina osnovne ploskve pa je $S_o = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

- a) Izračunaj prostornino prizme.
- b) Izračunaj površino prizme.

Naloga 3:

5 + 4 + 3

Pravilni štiristrani piramidi meri površina plašča $S_{pl} = 48 \text{ cm}^2$, višina stranske ploskve (stranska višina) pa $m = 4 \text{ cm}$.

- a) Izračunaj prostornino piramide.
- b) Izračunaj vsoto dolžin vseh robov piramide.
- c) Izračunaj kot med stransko in osnovno ploskvijo (do kotne minute natančno).

Naloga 4:

5 + 4

Ploščina osnega preseka pokončnega stožca je 60 cm^2 , višina stožca pa je $v = 12 \text{ cm}$.

- a) Izračunaj površino plašča stožca.
- b) Izračunaj polmer stožcu včrtane krogle.

Število doseženih točk na testu

Odstotki	[0, 45)	[45, 60)	[60, 75)	[75, 90)	[90, 100]	Št. možnih točk	Dosežene točke	OCENA
Ocena	1	2	3	4	5	40		

REŠITVE S POSTOPKI

Naloga	a)	b)	c)
1	$S = 108\pi \text{ cm}^2 \approx 339,29 \text{ cm}^2$	$S_{pl} = 48\pi\sqrt[3]{3} \text{ cm}^2 \approx 217,49 \text{ cm}^2$	–
2	$V = 45\sqrt{3} \text{ cm}^3 \approx 77,94 \text{ cm}^3$	$S = 90 + 18\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 121,18 \text{ cm}^2$	–
3	$V = 12\sqrt{7} \text{ cm}^3 \approx 31,75 \text{ cm}^3$	$o = 44 \text{ cm}$	$\varphi \approx 41^\circ 25'$
4	$S_{pl} = 65\pi \text{ cm}^2 \approx 204,20 \text{ cm}^2$	$\rho = \frac{10}{3} \text{ cm} \approx 3,33 \text{ cm}$	–

Analiza Naloge 1: – polkrogla in enakostranični valj

a) Prostornina polkrogle s polmerom R je $V = \frac{2}{3}\pi R^3$. Iz $V = 144\pi$ dobimo

$$\frac{2}{3}\pi R^3 = 144\pi \Rightarrow R^3 = 216 \Rightarrow R = 6 \text{ cm.}$$

Površina polkrogle je vsota ukrivljene ploskve (polovica sfere) in osnovne ploskve (kroga):

$$S = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 = 3\pi \cdot 36 = 108\pi \text{ cm}^2.$$

$$S = 108\pi \text{ cm}^2 \approx 339,29 \text{ cm}^2$$

b) Pri pretalitvi se prostornina ohrani: $V_{valj} = 144\pi$. Enakostranični valj ima višino enako premeru osnovne ploskve, torej $h = 2r$:

$$V_{valj} = \pi r^2 h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3 = 144\pi \Rightarrow r^3 = 72 \Rightarrow r = \sqrt[3]{72} = 2\sqrt[3]{9} \text{ cm} \approx 4,16 \text{ cm.}$$

Površina plašča valja (z $h = 2r$):

$$S_{pl} = 2\pi r h = 4\pi r^2 = 4\pi \left(2\sqrt[3]{9}\right)^2 = 16\pi\sqrt[3]{81} = 16\pi \cdot 3\sqrt[3]{3} = 48\pi\sqrt[3]{3} \text{ cm}^2.$$

$$S_{pl} = 48\pi\sqrt[3]{3} \text{ cm}^2 \approx 217,49 \text{ cm}^2$$

Analiza Naloge 2: – tristrana prizma

Osnovna ploskev je enakostraničen trikotnik z robom a , višina prizme je v .

a) Rob osnovne ploskve dobimo iz njene ploščine:

$$S_o = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \text{ cm.}$$

Plašč sestavljajo trije skladni pravokotniki $a \times v$:

$$S_{pl} = 3av = 90 \Rightarrow 3 \cdot 6 \cdot v = 90 \Rightarrow v = 5 \text{ cm.}$$

Prostornina prizme:

$$V = S_o \cdot v = 9\sqrt{3} \cdot 5 = 45\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

$$V = 45\sqrt{3} \text{ cm}^3 \approx 77,94 \text{ cm}^3$$

b) Površina prizme je vsota dveh osnovnih ploskev in plašča:

$$S = 2S_o + S_{pl} = 2 \cdot 9\sqrt{3} + 90 = 90 + 18\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

$$S = 90 + 18\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 121,18 \text{ cm}^2$$

Analiza Naloge 3: – štiristrana piramida

Osnova je kvadrat z robom a (diagonala $d = a\sqrt{2}$), višina piramide je v , višina stranske ploskve (apotema) je $m = 4$ cm, stranski rob pa b .

a) Plašč sestavljajo štirje skladni enakokraki trikotniki z osnovnico a in višino m :

$$S_{pl} = 4 \cdot \frac{am}{2} = 2am = 48 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot 4 = 48 \Rightarrow a = 6 \text{ cm.}$$

Višino piramide dobimo iz pravokotnega trikotnika s katetama v in $\frac{a}{2} = 3$ cm ter hipotenuzo $m = 4$ cm:

$$v = \sqrt{m^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} \text{ cm.}$$

Prostornina piramide:

$$V = \frac{1}{3}a^2v = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot \sqrt{7} = 12\sqrt{7} \text{ cm}^3.$$

$$V = 12\sqrt{7} \text{ cm}^3 \approx 31,75 \text{ cm}^3$$

b) Piramida ima 4 robove osnovne ploskve (vsak dolg a) in 4 stranske robove (vsak dolg b). Stranski rob dobimo iz pravokotnega trikotnika s katetama $\frac{a}{2} = 3$ cm in $m = 4$ cm (stranska ploskev je enakokraki trikotnik, višina m razpolavlja osnovnico a):

$$b = \sqrt{m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ cm.}$$

Vsota dolžin vseh robov:

$$o = 4a + 4b = 4 \cdot 6 + 4 \cdot 5 = 24 + 20 = 44 \text{ cm.}$$

$$o = 44 \text{ cm}$$

c) Kot φ med stransko in osnovno ploskvijo nastopa v pravokotnem trikotniku s katetama v in $\frac{a}{2} = 3$ ter hipotenuzo $m = 4$:

$$\cos \varphi = \frac{a/2}{m} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{3}{4} \approx 41,41^\circ.$$

Ker je $0,41^\circ \cdot 60' \approx 25'$, je

$$\varphi \approx 41^\circ 25'$$

Analiza Naloge 4: – stožec

Osnj presek stožca je enakokrak trikotnik z osnovnico $2r$, višino v in kraki, ki so enaki stranici stožca s .

a) Ploščina osnega preseka:

$$\frac{2r \cdot v}{2} = r \cdot v = 60 \Rightarrow r \cdot 12 = 60 \Rightarrow r = 5 \text{ cm.}$$

Stranica stožca (Pitagorov izrek): $s = \sqrt{r^2 + v^2} = \sqrt{25 + 144} = 13 \text{ cm}$. Površina plašča:

$$S_{pl} = \pi r s = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi \text{ cm}^2.$$

$$S_{pl} = 65\pi \text{ cm}^2 \approx 204,20 \text{ cm}^2$$

b) Veliki krog stožcu vrisane krogle je hkrati vrisana krožnica osnega preseka – trikotnika s stranicami 13, 13 in 10 cm. Njegova ploščina je 60 cm^2 , polobseg pa $p = \frac{13 + 13 + 10}{2} = 18 \text{ cm}$. Iz $P = \rho \cdot p$ sledi

$$\rho = \frac{P}{p} = \frac{60}{18} = \frac{10}{3} \text{ cm.}$$

$$\rho = \frac{10}{3} \text{ cm} \approx 3,33 \text{ cm}$$