

 **Ime in priimek:** _____

Vse oznake za telesa so standardne. Če enota ni zapisana, so dolžine v m , ploščine v m^2 in prostornine v m^3 . Rezultate zapiši z ustreznimi enotami. Kote računaj do kotne minute natančno.

I. Vaje

Naloga 1

V valju s površino $56\pi \text{ m}^2$ meri polmer 4 m.

- Izračunaj višino valja.
- Na eno osnovno ploskev valja nalepimo polkroglo, na drugo pa enakostranični stožec. Izračunaj površino in prostornino sestavljenega telesa.

Naloga 2

Valj:

- $V = 750\pi$, $v = 30$; izračunaj r, P .
- $P = 432\pi$, $v = 6$; izračunaj r, V .
- $S_{pl} = 100\pi$, $P = 150\pi$; izračunaj r, v, V .
- $S_{pl} = 24\pi$, $V = 72\pi$; izračunaj r, v, P .
- $2r = v$, $P = 54\pi$; izračunaj r, v, V .

Naloga 3

Stožec (ω je kot med osnovno ploskvijo in stranico stožca):

- $P = 196$, $v = 11,4$; izračunaj r, s, V .
- $V = 623$, $r = 7,5$; izračunaj v, s, P .
- $P = 96\pi$, $r = 6$; izračunaj v, s, V .
- $S_{pl} = 20\pi$, $S_0 = 12\pi$; izračunaj r, V, ω .
- $s = 6$, $r = 2\sqrt{5}$; izračunaj v, ω .
- $V = 29160\pi$, $r = 54$; izračunaj v, s, P .
- $\omega = 30^\circ$, $v = 6$; izračunaj S_{pl} .

Naloga 4

Enakostranični trikotnik s stranico $a = 4\sqrt{3}$ dm zavrtimo okoli stranice za polni kot. Izračunaj površino in prostornino tako dobljenega telesa.

Naloga 5

- a) Kvader ima površino 248 cm^2 , razmerje robov pa je $2 : 3 : 5$. Izračunaj prostornino in maso, če je gostota telesa 9 kg/dm^3 .
- b) Kvader ima prostornino 364 m^3 , razmerje robov pa je $2 : 14 : 13$. Izračunaj dolžino telesne diagonale kvadra in ploščino trikotnika, ki ga določajo ploskovne diagonale kvadra.

Naloga 6

n -strana prizma:

- a) $n = 3$, $a = 4$, $b = 6$, $c = 7$, $v = 8$; izračunaj P, V .
- b) $n = 3$, $V = 12992$, $a = 35$, $b = 54$, $c = 47$; izračunaj v, P .
- c) $n = 6$, $a = 4\sqrt{3}$, pravilna enakoroba; izračunaj P, V .
- d) osnovna ploskev je paralelogram $a = 8$, $b = 6$, $\alpha = 30^\circ$, višina prizme je enaka krajši diagonali osnovne ploskve; izračunaj P, V .
- e) osnovna ploskev je romb $e = 8$, $f = 6$, prizma je enakoroba; izračunaj P, V .

Naloga 7

n -strana pokončna piramida (ω je kot med osnovno in stransko ploskvijo, α je kot med osnovnim in stranskim robom):

- a) $n = 3$, $a = 10$, $V = 3608$, pravilna; izračunaj v, P in stranski rob.
- b) $n = 3$, $P = 400\sqrt{3}$, pravilna enakoroba; izračunaj a, v, V .
- c) $n = 3$, $v = 8\sqrt{2}$, pravilna enakoroba; izračunaj P, V .
- d) $n = 4$, $a = 30$, stranski rob meri 70, pravilna; izračunaj P, V, ω, α .
- e) $n = 4$, $a = 14$, $v = 24$, pravilna; izračunaj P, V, ω, α .
- f) $n = 12$, $a = 1$, pravilna, višina je enaka polmeru očrtega kroga osnovni ploskvi; izračunaj P, V, ω, α .

Naloga 8

Prostornina pokončne štiristrane piramide meri 4480 cm^3 . V osnovni ploskvi – pravokotniku – je diagonala za 4 cm daljša od prvega osnovnega roba, drugi rob pa meri 24 cm. Izračunaj višino in površino piramide.

Naloga 9

- a) Kroglo včrtamo v enakostranični stožec s stranico $5\sqrt{3}$. Izračunaj površino in prostornino krogle.
- b) Kroglo očrtamo kocki z robom $10\sqrt{2}$. Izračunaj razmerje prostornin obeh teles.
- c) Kvadru z robovi 3 m, 4 m in 12 m očrtamo kroglo. Kolikokrat je prostornina krogle večja od prostornine kvadra?

Naloga 10

Pravokotni trikotnik s katetama 12 cm in 5 cm zavrtimo okoli:

- a) daljše katete, b) krajše katete, c) hipotenuze.

Katero telo ima največjo prostornino in katero največjo površino?

Naloga 11

Enakokraki trapez z osnovnicama 10 dm in 3 dm ter krakoma 5 dm zavrtimo okoli krajše osnovnice.

- a) Koliko znašata prostornina in površina rotacijskega telesa?
- b) Bi se prostornina kaj spremenila, če bi vrteli okoli daljše osnovnice? Kaj pa površina?

II. Naloge s testov 1.0–1.3

Naloga 12

V stožcu s stranico 5 m meri površina $24\pi \text{ m}^2$.

- a) Izračunaj polmer, višino in prostornino stožca.
- b) Koliko meri kot med stranico in osnovno ploskvijo?
- c) Iz stožca izrežemo največjo možno kroglo. Izračunaj polmer te krogle.

Naloga 13

V tristrani prizmi merijo osnovni robovi 8 cm, 15 cm in 17 cm. Višina prizme je enaka polmeru očrtanega kroga osnovne ploskve. Izračunaj prostornino in površino prizme.

Naloga 14

V pravilni štiristrani piramidi meri diagonala osnovne ploskve $4\sqrt{2}$ cm, vsota vseh stranskih robov pa je $24\sqrt{2}$ cm.

- a) Izračunaj rob osnovne ploskve in višino.
- b) Izračunaj kot med stranskim in osnovnim robom.
- c) Prisekano piramido dobimo tako, da piramido presekamo z ravnino, vzporedno osnovni ploskvi, 1 cm pod vrhom.

Koliko meri prostornina prisekane piramide?

Naloga 15

Polkrog s polmerom 5 dm zavrtimo okoli premera za 270° .

- Izračunaj površino tako dobljene vrtenine.
- Kolikšna je masa vrtenine, če je gostota snovi 3 kg/dm^3 ?
- Telo pretopimo v kocko. Izračunaj dolžino telesne diagonale kocke.

Naloga 16

Štiristrana pokončna prizma ima za osnovno ploskev paralelogram, v katerem sta dolžini stranic $a = 33 \text{ cm}$ in $b = 41 \text{ cm}$, diagonala pa meri 58 cm . Plašč prizme meri 1480 cm^2 .

- Izračunaj višino prizme.
- Koliko meri prostornina prizme?
- Izračunaj kot med najdaljšo telesno diagonalo in osnovno ploskvijo.

Naloga 17

Enakokraki trapez z osnovnicama 10 dm in 4 dm ter krakoma 5 dm zavrtimo okoli krajše osnovnice.

- Koliko znašata prostornina in površina rotacijskega telesa?
- Izračunaj polmer polkrogle, ki ima enako površino kot vrtenina.

Naloga 18

V pravilni štiristrani pokončni piramidi meri rob osnovne ploskve 14 cm , višina pa 24 cm .

- Izračunaj površino in prostornino telesa.
- Izračunaj kot med osnovnim in stranskim robom.
- Izračunaj kot med osnovno in stransko ploskvijo.
- Prisekano piramido dobimo tako, da piramido presekamo z ravnino, vzporedno osnovni ploskvi, 12 cm pod vrhom. V kakšnem razmerju sta prostornini prisekane piramide in dopolnilne piramide?

Naloga 19

- Kvadr s stranicami 8 cm , 6 cm in 24 cm očrtamo kroglo. Izračunaj polmer krogle.
- Iz največje ploskve mreže tega kvadra izrežemo plašč valja in ga zvijemo po daljši stranici. Koliko meri polmer valja?

Naloga 20

Prečni presek stožca je enakokraki trikotnik s ploščino 12 dm^2 in stranico 5 dm .

- a) Izračunaj površino in prostornino stožca. (*Naloga imata dve rešitvi.*)
- b) Koliko meri središčni kot v ravnino iztegnjenega plašča stožca?

Naloga 21

V enakostranični valj s prostornino $250\pi \text{ cm}^3$ včrtamo kroglo.

- a) Izračunaj prostornino krogle.
- b) Koliko odstotkov površine valja znaša površina krogle?

Naloga 22

Izračunaj prostornino in površino pravilne 8-strane prizme z osnovnim robom $a = 6 \text{ dm}$ in višino, ki je enaka polmeru očrtanega kroga osnovne ploskve. Rezultat zaokroži na tri decimalna mesta.

Naloga 23

V pravilni štiristrani piramidi je osnovna ploskev pravokotnik s stranicama 24 cm in 10 cm , prostornina pa meri 400 cm^3 .

- a) Izračunaj višino piramide.
- b) Koliko meri plašč piramide? Zapiši točen rezultat.
- c) Izračunaj stranski rob piramide in kot med osnovno ploskvijo in stranskim robom.

Naloga 24

Romb z diagonalama 24 cm in 10 cm zavrtimo okoli stranice za polni kot. Izračunaj površino in prostornino vrtenine.

Naloga 25

V tristrani prizmi merijo robovi osnovne ploskve 9 m , 10 m in 17 m .

- a) Koliko odstotkov prostornine prizme zavzame valj, ki je včrtan prizmi?
- b) Izračunaj površino prizme, ki ima za višino polmer včrtanega kroga osnovni ploskvi.

Naloga 26

- a) Izračunaj prostornino pravilne pokončne enakorobe štiristrane piramide, če meri dolžina roba piramide $a = 3\sqrt{2}$ cm.
- b) Piramido presekamo na polovici višine. Izračunaj površino spodnjega dela telesa.

Naloga 27

Polkrogla in stožec imata skupno osnovno ploskev in enako prostornino.

- a) V kakšnem razmerju sta polmer stožca in stranica stožca?
- b) V kakšnem razmerju sta površini polsfere in plašča stožca?

Naloga 28

V posodo oblike kvadra, ki ima osnovno ploskev z dimenzijama 8π dm $\times$ 4π dm, potopimo valj s polmerom 12 cm in višino 12π cm.

- a) Za koliko se dvigne voda v posodi?
- b) Izračunaj največjo dolžino tanke palice, ki jo še lahko v celoti potopimo v to posodo, v kateri je višina tekočine π dm.



1. a.) $v = 3 \text{ m}$ b.) $P = 88\pi \approx 276,5 \text{ m}^2$; $V = \frac{16\pi(17+4\sqrt{3})}{3} \approx 400,9 \text{ m}^3$
2. a.) $r = 5$, $P = 350\pi \approx 1099,6$ b.) $r = 12$, $V = 864\pi \approx 2714,3$ c.) $r \approx 1,418$, $V \approx 5,67$ d.) $r = 6$, $v = \frac{1}{3\pi} \approx 0,106$ e.)
 $r = \sqrt{\frac{32}{\pi}} \approx 3,192$, $V \approx 204,26$
3. a.) $r \approx 3,909$, $s \approx 12,052$, $V \approx 182,41$ b.) $v \approx 10,576$, $s \approx 12,966$, $P \approx 482,21$ c.) $s = 10$, $v = 8$, $V = 96\pi \approx 301,59$
d.) $r = 2\sqrt{3}$, $V = \frac{32\sqrt{3}\pi}{3} \approx 58,04$, $\omega = 53^\circ 7' 48''$ e.) $v = 4$, $\omega = 41^\circ 48' 37''$ f.) $v = 30$, $s = 6\sqrt{106} \approx 61,77$,
 $P = (2916 + 324\sqrt{106})\pi \approx 19640,6$ g.) $r = 6\sqrt{3}$, $s = 12$, $S_{pl} = 72\sqrt{3}\pi \approx 391,78$
4. Telo je sestavljeno iz dveh skladnih stožcev s skupno osnovno ploskvijo, $r = 6 \text{ dm}$, $s = 4\sqrt{3} \text{ dm}$: $P = 48\sqrt{3}\pi \approx 261,19 \text{ dm}^2$,
 $V = 48\sqrt{3}\pi \approx 261,19 \text{ dm}^3$
5. a.) robovi 4, 6 in 10 cm; $V = 240 \text{ cm}^3$, $m = 2160 \text{ g} = 2,16 \text{ kg}$ b.) robovi 2, 14 in 13 m; $d = \sqrt{369} = 3\sqrt{41} \approx 19,21 \text{ m}$,
ploščina trikotnika = $\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} \approx 92,98 \text{ m}^2$
6. a.) $S_0 \approx 11,977$, $P \approx 159,95$, $V \approx 95,81$ b.) $S_0 \approx 812,24$, $v \approx 16$, $P \approx 3799,8$ c.) $S_0 = 72\sqrt{3}$, $P = 288 + 144\sqrt{3} \approx 537,42$,
 $V = 864$ d.) krajša diagonala = $\sqrt{100 - 48\sqrt{3}} \approx 4,106$, $P \approx 162,98$, $V \approx 98,55$ e.) $a = 5$, $P = 148$, $V = 120$
7. a.) $v = 250$, $P \approx 3793,6$, stranski rob $\approx 250,07$ b.) telo je pravilni tetraeder: $a = 20$, $v = \frac{20\sqrt{6}}{3} \approx 16,33$, $V = \frac{2000\sqrt{2}}{3} \approx$
 $942,81$ c.) $a = 8\sqrt{3}$, $P = 192\sqrt{3} \approx 332,55$, $V = 128\sqrt{6} \approx 313,53$ d.) $v = \sqrt{4450} \approx 66,708$, $P \approx 5002,4$, $V \approx 20012,5$,
 $\omega = 77^\circ 19' 38''$, $\alpha = 72^\circ 21' 34''$ e.) $P = 896$, $V = 1568$, $\omega = 73^\circ 44' 23''$, $\alpha = 67^\circ 35' 6''$ f.) $P \approx 27,31$, $V \approx 7,21$,
 $\omega = 45^\circ 59' 35''$, $\alpha = 45^\circ$
8. prvi rob meri 70 cm, $v = 8 \text{ cm}$, $P \approx 3551,2 \text{ cm}^2$
9. a.) $\varrho = \frac{5}{2}$, $P = 25\pi \approx 78,54$, $V = \frac{125\pi}{6} \approx 65,45$ b.) $R = 5\sqrt{6}$, $V_{krogla} : V_{kocke} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2} \approx 2,72$ c.) $R = \frac{13}{2}$,
 $V_{krogla} : V_{kvadra} = \frac{2197\pi}{864} \approx 7,99$
10. a.) $V = 100\pi \approx 314,16 \text{ cm}^3$, $P = 90\pi \approx 282,74 \text{ cm}^2$ b.) $V = 240\pi \approx 753,98 \text{ cm}^3$, $P = 300\pi \approx 942,48 \text{ cm}^2$ c.) $r = \frac{60}{13}$,
 $V = \frac{1200\pi}{13} \approx 289,99 \text{ cm}^3$, $P = \frac{1020\pi}{13} \approx 246,49 \text{ cm}^2$
Največjo prostornino in največjo površino ima telo iz primera b.).
11. a.) $v = \frac{\sqrt{51}}{2} \approx 3,571 \text{ dm}$, $V = \frac{391\pi}{4} \approx 307,09 \text{ dm}^3$, $P = 15\sqrt{51}\pi \approx 336,53 \text{ dm}^2$ b.) Da, oboje se spremeni: $V = 68\pi \approx$
 $213,63 \text{ dm}^3$, $P = 8\sqrt{51}\pi \approx 179,48 \text{ dm}^2$
12. a.) $r = 3 \text{ m}$, $v = 4 \text{ m}$, $V = 12\pi \approx 37,70 \text{ m}^3$ b.) $53^\circ 7' 48''$ c.) $\varrho = 1,5 \text{ m}$
13. Osnovna ploskev je pravokotni trikotnik ($8^2 + 15^2 = 17^2$): $S_0 = 60 \text{ cm}^2$, $v = 8,5 \text{ cm}$, $V = 510 \text{ cm}^3$, $P = 460 \text{ cm}^2$
14. a.) $a = 4 \text{ cm}$, stranski rob = $6\sqrt{2} \text{ cm}$, $v = 8 \text{ cm}$ b.) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\alpha = 70^\circ 31' 44''$ c.) $V = \frac{128}{3} - \frac{1}{12} = \frac{511}{12} \approx 42,58 \text{ cm}^3$
15. a.) $P = \frac{3}{4} \cdot 4\pi r^2 + 2 \cdot \frac{\pi r^2}{2} = 100\pi \approx 314,16 \text{ dm}^2$ b.) $V = 125\pi \approx 392,70 \text{ dm}^3$, $m = 375\pi \approx 1178,1 \text{ kg}$ c.) $a = \sqrt[3]{125\pi} \approx$
 $7,323 \text{ dm}$, $d = a\sqrt{3} \approx 12,68 \text{ dm}$
16. a.) $v = 10 \text{ cm}$ b.) $S_0 = 1320 \text{ cm}^2$, $V = 13200 \text{ cm}^3$ c.) telesna diagonala = $\sqrt{3464} \approx 58,86 \text{ cm}$, kot = $9^\circ 46' 57''$
17. a.) $v = 4 \text{ dm}$, $V = 128\pi \approx 402,12 \text{ dm}^3$, $P = 120\pi \approx 376,99 \text{ dm}^2$ b.) $3\pi r^2 = 120\pi$, $r = 2\sqrt{10} \approx 6,32 \text{ dm}$
18. a.) $P = 896 \text{ cm}^2$, $V = 1568 \text{ cm}^3$ b.) $\alpha = 67^\circ 35' 6''$ c.) $\omega = 73^\circ 44' 23''$ d.) $1372 : 196 = 7 : 1$
19. a.) $R = \frac{\sqrt{676}}{2} = 13 \text{ cm}$ b.) največja ploskev meri 24×8 ; $2\pi r = 24$, $r = \frac{12}{\pi} \approx 3,82 \text{ cm}$
20. Iz $rv = 12$ in $r^2 + v^2 = 25$ dobimo dve rešitvi:
 $r = 3$, $v = 4$: $P = 24\pi \approx 75,40 \text{ dm}^2$, $V = 12\pi \approx 37,70 \text{ dm}^3$, središčni kot 216° ;
 $r = 4$, $v = 3$: $P = 36\pi \approx 113,10 \text{ dm}^2$, $V = 16\pi \approx 50,27 \text{ dm}^3$, središčni kot 288°

21. $r = 5 \text{ cm}$, $v = 10 \text{ cm}$ a.) $V = \frac{500\pi}{3} \approx 523,60 \text{ cm}^3$ b.) $\frac{100\pi}{150\pi} = 66,\bar{6} \%$
22. $R \approx 7,839 \text{ dm}$, $S_0 = 72 \left(1 + \sqrt{2}\right) \approx 173,823 \text{ dm}^2$, $V \approx 1362,667 \text{ dm}^3$, $P \approx 723,937 \text{ dm}^2$
23. a.) $v = 5 \text{ cm}$ b.) $\text{plašč} = 130 + 120\sqrt{2} \approx 299,71 \text{ cm}^2$ c.) $\text{stranski rob} = \sqrt{194} \approx 13,93 \text{ cm}$, $\alpha = 21^\circ 2' 15''$
24. Stranica romba meri 13 cm , višina romba $\frac{120}{13} \text{ cm}$: $P = 480\pi \approx 1507,96 \text{ cm}^2$, $V = \frac{14400\pi}{13} \approx 3479,92 \text{ cm}^3$
25. $S_0 = 36 \text{ m}^2$, polmer včrtanega kroga $\varrho = 2 \text{ m}$ a.) $\frac{\pi\varrho^2}{S_0} = \frac{\pi}{9} \approx 34,91 \%$ b.) $P = 144 \text{ m}^2$
26. a.) $v = 3 \text{ cm}$, $V = 18 \text{ cm}^3$ b.) $P = \frac{45}{2} + \frac{27\sqrt{3}}{2} \approx 45,88 \text{ cm}^2$
27. Iz $\frac{1}{3}\pi r^2 v = \frac{2}{3}\pi r^3$ sledi $v = 2r$ in $s = r\sqrt{5}$. a.) $r : s = 1 : \sqrt{5}$ b.) $2\pi r^2 : \pi r s = 2 : \sqrt{5}$
28. a.) $V_{valja} = 1,728\pi^2 \text{ dm}^3$, $\text{dvig} = \frac{1,728\pi^2}{32\pi^2} = 0,054 \text{ dm} = 5,4 \text{ mm}$ b.) $d = \sqrt{(8\pi)^2 + (4\pi)^2 + \pi^2} = 9\pi \approx 28,27 \text{ dm}$